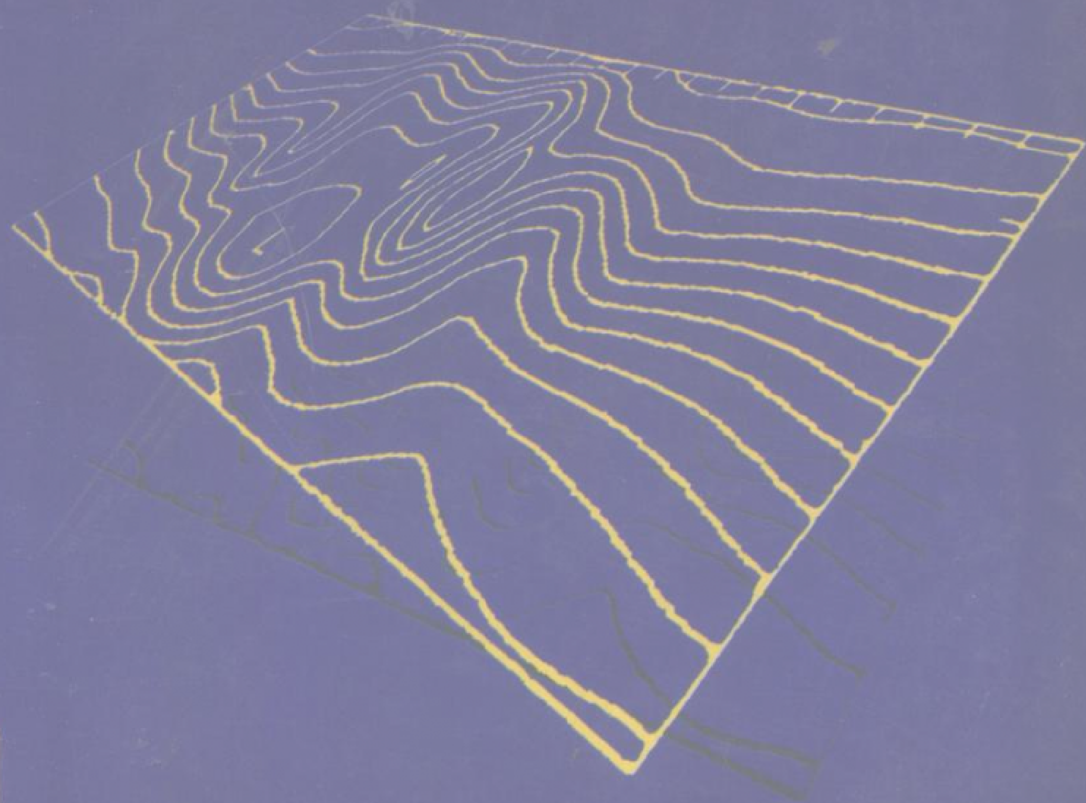
大气中大尺度包络孤立子理论与阻塞环流

罗德海 著



气象出版社

大气中大尺度包络孤立子理论与阻塞环流

罗德海　著



气象出版社

内容简介

本书是作者负责国家自然科学基金项目“近似可积的大尺度包络孤立子系统的动力学研究及其应用”(项目编号为49775266)的部分研究成果。在本书中作者建立起了大气阻塞形成的包络Rossby孤立子的理论体系，提出了很多大气阻塞形成的新的理论模型。特别是本书系统论述了偶极子阻塞与天气尺度波之间的相互关系，以及双波地形在阻塞形成中的作用，在此基础上发现了外强迫(天气尺度波和双波地形等)对阻塞形成的作用就是增加阻塞的振幅，并使阻塞从频散系统变成弱频散甚至非频散系统。此外，本书还讨论了包络Rossby孤立子的分岔和混沌特征。

本书是国内外关于大气包络孤立子理论的第一本专著，可供大气科学，海洋科学以及数学和力学等方面的科技工作者参考，也可作为气象院校和科研机构大气动力学专业研究生的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大气中大尺度包络孤立子理论与阻塞环流/罗德海著. 北京：气象出版社，1999.3
ISBN 7-5029-2681-X

Ⅰ.大…　Ⅱ.罗…　Ⅲ.①大尺度-包络-孤立子-理论②大气环流-阻塞-研究
Ⅳ.P433

中国版本图书馆CIP数据核字(1999)第04706号

大气中大尺度包络孤立子理论与阻塞环流

罗德海　著

责任编辑：刘　颖　终审：周诗健

封面设计：刘　扬　责任技编：谷　青　责任校对：钱迎春

气象出版社　出版

(北京海淀白石桥路46号　邮政编码：100081)

北京昌平环球印刷厂印刷

新华书店总店北京发行所发行　全国各地新华书店经销

开本：787mm×1 092mm　1/16　印张：7.875　字数：196千字

1999年3月第1版　1999年3月第1次印刷

印数：1～1000册　定价：15.00元

前　言

大气环流持续性的异常常常会造成大范围的灾害性天气，而大气阻塞形势的出现是造成环流持续异常的重要原因之一，因此对阻塞的研究有助于了解灾害性天气产生的成因。自从阻塞现象被发现以来，阻塞问题一直是大气动力学研究的核心问题。

本书主要集中了作者近几年来对包络 Rossby 孤立子进行动力学研究的尚未公开发表的最新成果。在这本书中作者提出了大气阻塞形成的新的理论模型，特别是提出了偶极子阻塞与天气尺度波相互作用的理论，这个理论可以使我们很好地了解偶极子阻塞与天气尺度波之间的相互关系。

本书分为 11 章。第 1 章介绍了大气阻塞理论研究的进展以及包络 Rossby 孤立子理论的优点及研究概况；第 2 章系统地讨论了正压大气中包络 Rossby 孤立子的结构和特征以及可能应用；第 3 章提出了一个迭代摄动法，利用这个方法导出了包括高阶项的非线性 Schrödinger 方程，并在一定的条件下，讨论了高阶包络 Rossby 孤立子的结构和 Liapunov 稳定性以及均匀波列的调制不稳定；第 4 章讨论斜压两层模式中包络 Rossby 孤立子的水平和垂直结构；第 5 章研究了正压大气中包络 Rossby 孤立子与天气尺度波之间的相互作用，并提出了偶极子阻塞(或称 Berggren 型阻塞)形成的一个理论；第 6 章研究了正压大气中包络 Rossby 孤立子与放大的(或称不稳定的)天气尺度波的相互作用，揭示了为什么加深的气旋尺度波更有利于偶极子阻塞的建立和维持以及西移；第 7 章讨论了在两层斜压模式中斜压包络 Rossby 孤立子与天气尺度波之间的相互作用，并比较了上下层偶极子阻塞形成的差异，讨论了下层阻塞的多涡结构为什么比上层阻塞要明显；第 8 章研究了正压大气中缓慢移动的包络 Rossby 孤立子与双波地形之间的近共振相互作用，提出了局地阻塞形成的地形强迫的包络 Rossby 孤立子理论；第 9 章研究了两层斜压模式中缓慢移动的包络 Rossby 孤立子与双波地形之间的近共振相互作用，揭示了地形对大气阻塞水平和垂直结构的影响；第 10 章讨论了在双波地形上当正压大气中包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用时，随着天气尺度波强迫的变化，包络 Rossby 孤立子的振幅所产生的分岔和混沌现象；第 11 章是总结和展望。

本书所介绍的工作均为国家自然科学基金项目《近似可积的大尺度包络孤立子系统的动力学研究及其应用》(项目编号为 49775266)资助的成果，均系第一次公开发表。在本书的写作过程中得到了卢艳同志的大力帮助，书稿完成后承南京大学大气科学系教授伍荣生先生审阅，作者在此一并致谢。

本书的大部分内容都是作者于 1997 年以前完成的研究工作，由于作者没有科研经费以及受其他人为因素的干扰，本书的大部分成果没有及时得到发表。直

到数次申请国家自然科学基金获得批准后，本书的出版才最终变成现实。在这里作者首先要对国家自然科学基金委的资助表示衷心地感谢，同时非常感谢作者的导师中国科学院大气物理研究所研究员纪立人先生多年来对作者的培养，另外需要感谢的还有作者的同仁四川省气象科学研究所所长陈忠明研究员，他多次的关心、鼓励和支持使作者受益非浅，在作者调来青岛海洋大学后，海洋环境学院气象系的许多老师、博士和硕士生多次希望作者能够将自己的研究成果出版成书。在他们的鼓励和支持下，作者用一个月的时间整理并完成了这本书。由于写作时间短，加之学识有限，因此书中难免存在错误和不适当之处，欢迎读者批评指正。

罗德海

1998 年 9 月于青岛海洋大学

目 录

ENVELOPE ROSSBY SOLITONS IN THE LARGE-SCALE ATMOSPHERE AND BLOCKING CIRCULATIONS

CONTENTS

1 绪 论

1.1 阻塞理论研究的进展

在中高纬度地区，大气环流持续性的异常（如阻塞形势）通常与大范围的灾害性天气有关。例如根据中央气象台的观测发现，1998 年 7～8 月发生在我国长江流域的严重的洪涝灾害与东亚地区阻塞形势持续不断的活动有关。而在 50 年代后期，周晓平（1957）和汤懋苍（1957）就已经指出，夏季东亚地区阻塞形势的活动对东亚地区特别是我国的天气以及气候有着重要的影响，由于这个原因，我国气象学家对北半球阻塞形势进行了系统和详细的观测研究，发现了许多新的结果（叶笃正等，1962）。与此同时，国外许多学者对阻塞形势的形成机制和活动规律以及它对气候的影响进行了大量的观测和统计研究（Berggren 等，1949；Elliot 等，1949；Rex，1950a，b；Summer，1959）。特别是 Berggren 等人（1949）最早指出斜压不稳定天气尺度扰动的发展将导致阻塞形势的建立，他们的论文是最早报道天气尺度波形成和维持阻塞的一个重要工作。之后，大量的观测和诊断研究也证实了这一结果（Green，1977；Hansen 和 Chen，1982；Illari，1984；Collucci，1985）。Treidl 等（1980）对北半球的阻塞活动进行了详细的统计研究，发现北半球阻塞主要产生在北太平洋和北大西洋上，最大频率发生在欧洲和北美洲西海岸附近地区，亦即大西洋与太平洋上天气尺度扰动活跃区的下游（丑纪范等，1994），很明显，大气阻塞的形成和维持与天气尺度波和地形等强迫有关（Ji 和 Tibaldi，1983），因此研究阻塞的形成和维持机制必须考虑外强迫的作用。正如 Egger 等（1986）所指出的那样，把阻塞看成是由大气最大模的动力学所支配的一种现象是不合适的。另一方面，由于阻塞是一种大振幅波，因此我们又必须考虑非线性的作用。由此可见，要想全面搞清大气阻塞的形成和维持机制，必须发展强迫的非线性动力学理论。

Yeh（1949）从能量的观点，首先讨论了阻塞在高纬度地区的移动和维持。对于阻塞这样大振幅的系统，仅用线性理论来加以研究是有局限性的。自 80 年代以来，由于非线性科学的发展，阻塞动力学研究得到了迅速的发展，并提出了不少理论。这些理论主要包括两大类：一类是阻塞的全球理论，这种理论主要包括 Egger（1978）所提出的缓慢移动的自由波与地形强迫波非线性相互作用理论；Charney 和 Devore（1979）的多平衡态理论以及 Tung 和 Lindzen（1979）的共振理论。这些理论已在许多书中有了详细介绍（仇永炎，1985；朱抱真等，1991；李崇银，1995）。另一类是阻塞的局地理论。这些理论主要包括 McWilliams（1980）所提出的 modons（偶极子）理论以及 Malguzzi 和 Malanotte-Rizzoli（1984）所提出的 KdV 型 Rossby 孤立子理论。目前人们对大气中局地阻塞的研究越来越重视，几乎所有的理论研究都是以 modons 理论和 KdV 型 Rossby 孤立子理论为动力学框架。对于 modons 理论和 KdV 型 Rossby 孤立子理论，李崇银的书已有详细的介绍，这里就不涉及。图 1.1 为 Malguzzi 和 Malanotte-Rizzoli（1984）所给出的偶极子阻塞个例。

从图 1.1 中可以看出，在高纬度地区，在背景西风中出现了北侧为高压而南侧为低压的偶极子阻塞结构。McWilliams（1980）最早用 modons 解来描述这种偶极子型阻塞。Modons 解在南北方向是反对称的，而在东西方向是对称的。尽管它与实际观测到的偶极子阻塞有一定的一

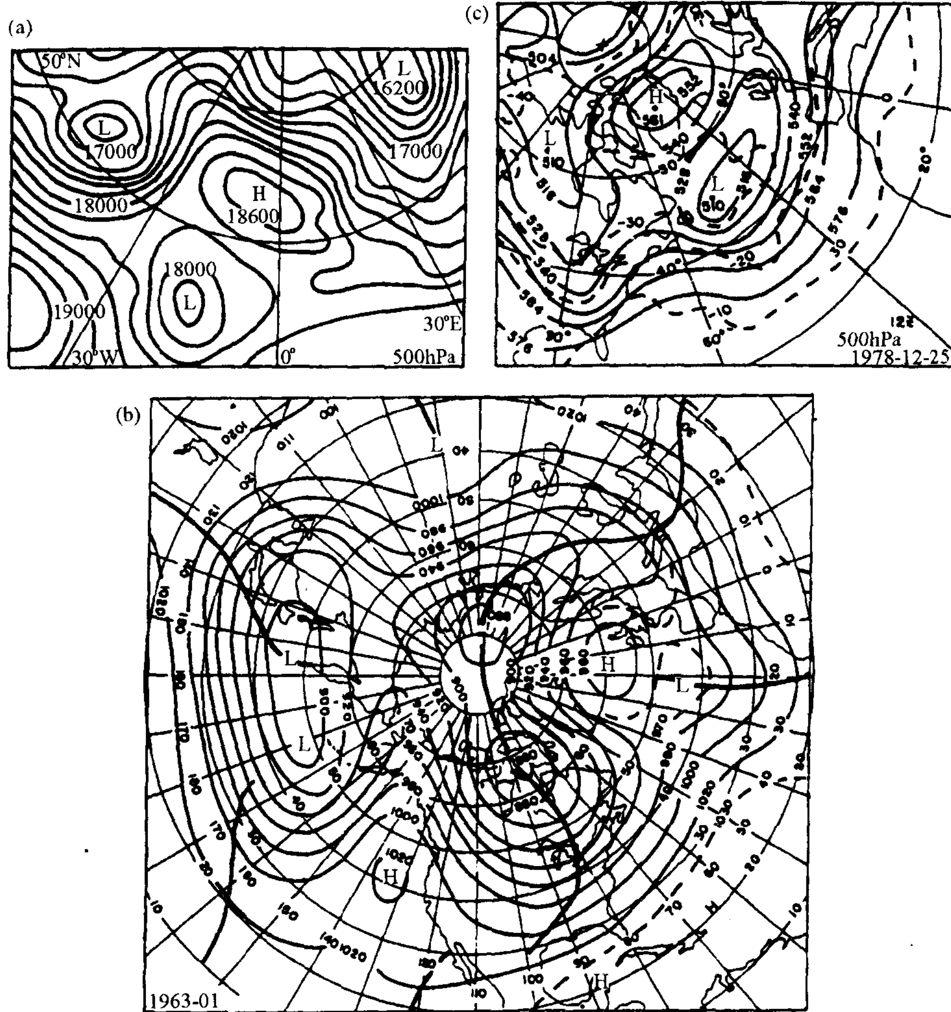


图 1.1　叠加在背景西风上的偶极子阻塞个例，详见 Malguzzi 和 Malanotte-Rizzoli(1984)

致性，然而不难发现它们之间的差别仍是很大的，因此要想完全解释实际大气中所观测到的偶极子阻塞，必须发展强迫的 modons 理论。这方面的研究见 Haines 和 Marshall(1987)以及 Swaters(1986)的工作。Haines 和 Marshall(1987)的研究表明天气尺度波的强迫确实能够维持偶极子阻塞，然而天气尺度波是怎样形成和维持偶极子阻塞的?他们的研究不能给出圆满的回答。Malguzzi 和 Malanotte-Rizzoli(1984)指出，McWilliams(1980)所提出的 modons 解存在的条件很难满足，为此他们发展了 KdV 型的 Rossby 孤立子理论，并试图用它来解释大气中所观测到的偶极子阻塞。尽管这种 KdV 孤立子结构的外形与偶极子阻塞相像，然而我们注意到这种孤立子存在严重的缺陷。首先它必须要求满足长波近似，其次它必须要求基本流有强的水平切变。Butchart 等(1989)已经指出这些条件对于偶极子阻塞来说很难满足。为此我们提出和发展了阻塞形成的包络 Rossby 孤立子理论(罗德海和纪立人，1989)。下一节我们将详细论述包络 Rossby 孤立子理论的优点。

1.2 包络 Rossby 孤立子理论的优点及研究概况

McWilliams(1980)所提出的 modons 解必须要求位涡与流函数成线性关系，然而 Butchart 等(1989)的计算表明在阻塞区位涡与流函数的线性关系严格来讲并不成立。因此不难推断用 modons 理论来解释大气中的偶极子阻塞是值得怀疑的。而对于 KdV 型 Rossby 孤立子，由于它要满足长波近似，因此它的偶极子结构必须限制在窄的 β 通道内。但是由于偶极子阻塞有大的经向尺度，因此长波近似 $Ly/Lx \ll 1.0$ 严格来讲也并不成立。在中高纬度地区，所观测到的偶极子阻塞的经向尺度一般为 5000～6000km。在 55°N～65°N 地区，若取 $Ly = 5.0$(有量纲量为 5000km)，对于波数 1 有 $Ly/Lx \approx 0.22 \sim 0.3$；对于波数 2 有 $Ly/Lx \approx 0.44 \sim 0.6$；而对于波数 3 则有 $Ly/Lx \approx 0.65 \sim 0.87$。由此我们可以认为，对于波数 1，使用长波近似 $Ly/Lx \ll 1.0$ 基本上是合理的。然而对于 2～3 波，则不能使用长波近似。人们对阻塞进行谱分析发现阻塞主要是波数为 2～3 的超长波(丑纪范等，1994)，因此我们认为用 KdV 型 Rossby 孤立子来解释大气中的偶极子阻塞是不合适的。Malguzzi 和 Malanotte-Rizzoli(1984)指出，对于 KdV 型 Rossby 孤立子，要获得偶极子阻塞结构，必须要求基本流有强的水平切变，而强水平切变的基本流容易产生正压不稳定，并导致偶极子阻塞结构的破坏。因此可以认为 KdV 型 Rossby 孤立子对偶极子阻塞来说并不是一个很好的理论模式。考虑到大气中存在大振幅的 Rossby 波，Benney(1979)和 Yamagata(1980)首先导出了大气中非线性 Rossby 波所满足的非线性 Schrödinger 方程，并给出了一些简单的孤立子解。然而他们都没有给出包络 Rossby 孤立子的流场结构，也没有讨论包络 Rossby 孤立子的具体应用。罗德海和纪立人(1989)则首先将包络 Rossby 孤立子与阻塞形势联系起来，提出了偶极子阻塞形成的包络 Rossby 孤立子理论。对于包络 Rossby 孤立子，以上两种理论所需要的条件都不要求。由于这个原因，本书所给出的结果可以说明包络 Rossby 孤立子理论在解释偶极子阻塞的形成和维持等方面比以前的几乎所有理论都要好。详细的讨论见第 5～9 章。

图 1.2 为 Berggren，Bolin 和 Rossby(1949)所观测到的中高纬度地区偶极子阻塞形成的一次过程，可以发现在阻塞区域存在多个气旋或反气旋涡，Butchart 等(1989)也发现了相同的阻塞多涡结构。由于 Berggren 等人(1949)最早发现这类阻塞，因此在这里我们将这种阻塞称为 Berggren 型阻塞。正如第 5～7 章所指出的那样，当考虑天气尺度波的强迫后，包络 Rossby 孤立子的放大过程可以解释 Berggren 型阻塞的形成、维持和崩溃过程。而以前的局地阻塞理论则不能解释 Berggren 型阻塞的结构。为了进一步阐述包络 Rossby 孤立子的优点，我们可以将非线性正压 Rossby 波的第一阶近似解写为 $\Psi_1 = A(\xi,T)\varphi_1(y)\exp[\mathrm{i}(kx - \omega t] + cc$ (见第 3 章所给出的解)。对于线性 Rossby 波，波振幅 $A(\xi,T)$ 则被看成是常数。这时所得到的阻塞理论通常称为阻塞的全球性理论，例如 Tung 和 Lindzen(1979)所提出的线性的共振理论就是一种全球性的阻塞理论。在这个理论中当常振幅被地形共振放大后，便在地形的槽区形成阻塞高压。而 Malguzzi 和 Malanotte-Rizzoli(1984)所提出的 KdV 型 Rossby 孤立子理论则是考虑长波近似 $k \to 0(Ly/Lx \ll 1.0)$ 的情况，对于这种情况，Ψ_1 变为 $\Psi_1 = A(\xi,T)\varphi_1(y)(\xi = \varepsilon^{1/2}(x - C_0t), T = \varepsilon^{3/2}t, C_0 = C_g|_{k\to 0})$。当基流有水平切变时，$A(\xi,T)$ 所满足的方程为 KdV 方程。由于偶极子阻塞严格讲并不满足长波近似 $k \to 0$，因此用 KdV 型 Rossby 孤立子来解释偶极子阻塞不合适。相反，包络 Rossby 孤立子理论既不将波振幅考虑成常数，又不使用长波近似，因而从各方面来讲比以前的理论更适合于阻塞。为了使读者深刻了解这一新观点，作者根据自己近

几年的研究工作总结成这本书，以引起大家更广泛的兴趣，共同探讨阻塞问题。

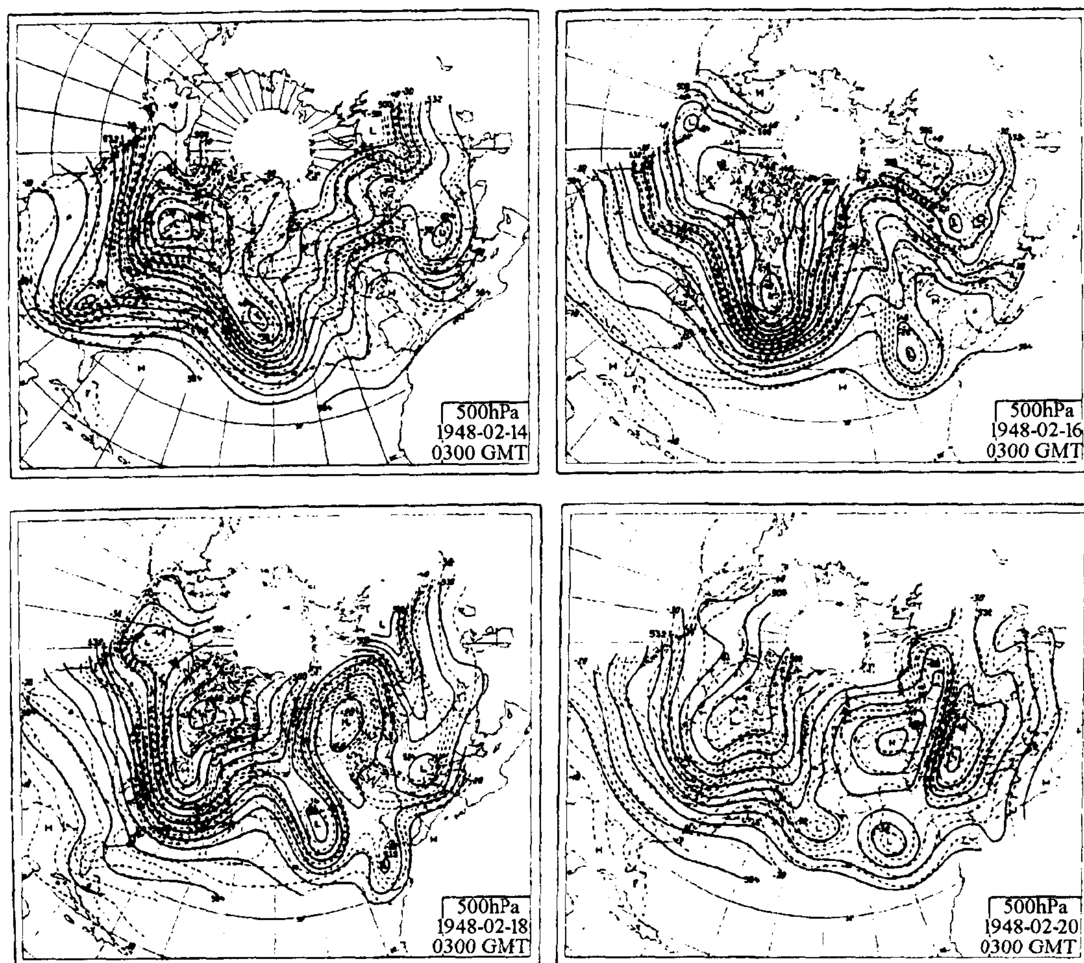


图 1.2　1948 年 2 月 14～20 日 500hPa 位势高度的等值线图(引自 Berggren 等，1949)

2 正压大气中包络 Rossby 孤立子的结构和特征及其应用

本章首先导出了非线性 Rossby 波所满足的非线性 Schrödinger 方程，然后研究了正压包络 Rossby 孤立子的结构，并讨论了包络 Rossby 孤立子在阻塞中的可能应用。

2.1 引言

在中高纬度地区，Benney(1979)和 Yamagata(1980)首先导出了非线性 Rossby 波所满足的非线性 Schrödinger 方程，并给出了一些简单的孤立子解。然而他们都没有给出包络 Rossby 孤立子的流场结构，也没有讨论包络 Rossby 孤立子的应用。罗德海和纪立人(1989,1990)研究了切变基流中的包络 Rossby 孤立子特征，并最早提出了偶极子阻塞形成的包络 Rossby 孤立子理论。以前，人们主要用 Modons 理论和 KdV 型 Rossby 孤立子理论来解释大气中的偶极子阻塞结构(McWilliams,1980;Malguzzi 和 Malanotte-Rizzoli,1984)。然而由于这些理论都存在一些缺点，即使考虑外强迫的作用也不能完全解释偶极子阻塞的形成、维持和崩溃过程，特别是不能解释阻塞的多涡结构。而对于包络 Rossby 孤立子理论则不存在这些问题。本章主要介绍无强迫作用时正压包络 Rossby 孤立子的结构和特征。

2.2 相当正压模式

在正压大气中，在 β 通道平面上无强迫和耗散的无量纲涡度方程可以写为

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla^2\Psi - F\Psi) + J(\Psi, \nabla^2\Psi) + \beta\frac{\partial\Psi}{\partial x} = 0 \tag{2.1}$$

其中 Ψ 为无量纲的流函数；$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ 为水平的 Laplace 算子；$J(a, b) = \frac{\partial a}{\partial x}\frac{\partial b}{\partial y} - \frac{\partial a}{\partial y}\frac{\partial b}{\partial x}$ 为 Jacobi 行列式，$\beta = (L^2/U)\beta_0$ 且 $\beta_0 = (2\omega_0/a_0)\cos\varphi_0$，$\omega_0$ 是地球的自转角速度，a_0 是地球的半径，φ_0是参考(中心)纬度；$F = (L/R_0)^2$，$U = 10\text{m/s}$ 和 $L = 1000\text{km}$ 分别是水平风速和水平长度的特征尺度，R_0 是 Rossby 变形半径。

在 β 通道内流动的流体必须满足下列边界条件(Pedlosky,1979)

$$\text{在 } y = 0, Ly \text{ 处} \qquad \frac{\partial\Psi}{\partial x} = 0, \frac{\partial^2\overline{\Psi}}{\partial t\partial y} = 0 \tag{2.2}$$

其中 Ly 是 β 通道的宽度，$\overline{\Psi} = \overline{\Psi}(y, t)$ 表示流函数 Ψ 的纬向平均。

2.3 非线性 Schrödinger 方程

在中高纬度地区，由于外强迫的作用，在一些大尺度波动（如阻塞形势）中非线性行为变得很重要，这时在传统的线性理论中把波振幅看成是常量不再正确。通常是把波振幅看成是缓慢变化的（伍荣生，1990）。在这种情况下可以引入慢变的空间和时间变量（罗德海、纪立人，1989；Luo，1997）

$$T_1 = \varepsilon t,\quad T_2 = \varepsilon^2 t,\quad X_1 = \varepsilon x,\quad X_2 = \varepsilon^2 x \tag{2.3}$$

其中 $r_0 \leqslant \varepsilon \ll 1.0$，$r_0 = U/(f_0 L) \approx 0.1$ 是局地 Rossby 数。

假定方程(2.1)式有下列形式的级数解

$$\Psi = -\bar{u}y + \sum_{n=1}^{\infty}\varepsilon^n \Psi_n(x, y, t, X_1, X_2, T_1, T_2) \tag{2.4}$$

其中 $\bar{u}$ 是均匀的平均西风。

将(2.3)和(2.4)式代入方程(2.1)式可以获得下面的一系列方程

$$O(\varepsilon): L(\Psi_1) = (\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x})[\nabla^2(\Psi_1) - F(\Psi_1)] + (\beta + F\bar{u})\frac{\partial(\Psi_1)}{\partial x} = 0 \tag{2.5}$$

$$O(\varepsilon^2): L(\Psi_2) = -[(\frac{\partial}{\partial T_1} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial X_1})(\nabla^2\Psi_1 - F\Psi_1) + 2(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_1}{\partial x\partial X_1} + (\beta + F\bar{u})\frac{\partial\Psi_1}{\partial X_1} + J(\Psi_1, \nabla^2\Psi_1)] \tag{2.6}$$

$$\begin{aligned} O(\varepsilon^3): L(\Psi_3) = &-[(\frac{\partial}{\partial T_2} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial X_2})(\nabla^2\Psi_1 - F\Psi_1) + 2(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_1}{\partial X_1^2} + \\ &(\beta + F\bar{u})\frac{\partial\Psi_1}{\partial X_2} + 2(\frac{\partial}{\partial T_1} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial X_1})\frac{\partial^2\Psi_1}{\partial x\partial X_1} + 2(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_2}{\partial x\partial X_1} + (\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_1}{\partial X_1^2} + \\ &(\frac{\partial}{\partial T_1} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial X_1})(\nabla^2\Psi_2 - F\Psi_2) + J(\Psi_1, \nabla^2\Psi_2) + J(\Psi_2, \nabla^2\Psi_1) + \frac{\partial\Psi_1}{\partial X_1}\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\Psi_1 - \\ &\frac{\partial\Psi_1}{\partial y}\frac{\partial}{\partial X_1}\nabla^2\Psi_1 + 2J(\Psi_1, \frac{\partial^2\Psi_1}{\partial x\partial X_1}) + (\beta + F\bar{u})\frac{\partial\Psi_2}{\partial X_1}] \end{aligned} \tag{2.7}$$

以上方程的边界条件为

$$\left.\frac{\partial\Psi_n}{\partial x}\right|_{y=0} = \left.\frac{\partial\Psi_n}{\partial x}\right|_{y=Ly} = 0,\quad \left.\frac{\partial^2\overline{\Psi}_n}{\partial t\partial y}\right|_{y=0} = \left.\frac{\partial^2\overline{\Psi}_n}{\partial t\partial y}\right|_{y=Ly} = 0,\quad \left.\frac{\partial^2\overline{\Psi}_n}{\partial T_n\partial y}\right|_{y=0} = \left.\frac{\partial^2\overline{\Psi}_n}{\partial T_n\partial y}\right|_{y=Ly} = 0 \tag{2.8}$$

其中 $\overline{\Psi}_n = \overline{\Psi}_n(T_1, T_2, X_1, X_2, y, t)$，$(n = 1, 2, \cdots)$。

很明显，可设方程(2.5)有下列形式解

$$\Psi_1 = A(T_1, T_2, X_1, X_2)\varphi_1(y)\exp[i(kx - \omega t)] + cc \tag{2.9}$$

其中 A 是慢变的复振幅，$k = n/(6.371\cos\varphi_0)$ 是 Rossby 波的纬向波数；当 $n = 2$ 时，它表示 2 波；而当 $n = 3$ 时，它则表示 3 波；$\varphi_1(y) = \sqrt{2/Ly}\sin(my)$，$m = -2\pi/Ly$，$\omega = \bar{u}k - \frac{(\beta + F\bar{u})k}{k^2 + m^2 + F}$ 是线性 Rossby 波的圆频率，且 cc 表示它前项的共轭。

将(2.9)式代入方程(2.6)式有

$$L(\Psi_2) = -(k^2 + m^2 + F)(\frac{\partial A}{\partial T_1} + Cg\frac{\partial A}{\partial X_1})\varphi_1(y)\exp[i(kx - \omega t)] + cc \tag{2.10}$$

其中 $Cg = \bar{u} - \dfrac{(\beta + F\bar{u})(m^2 + F - k^2)}{(k^2 + m^2 + F)^2}$.

对方程(2.10)式消除长期项有

$$\frac{\partial A}{\partial T_1} + Cg\frac{\partial A}{\partial X_1} = 0 \qquad (2.11)$$

于是方程(2.10)式可变为

$$L(\Psi_2) = (\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x})(\nabla^2\Psi_2 - F\Psi_2) + (\beta + F\bar{u})\frac{\partial\Psi_2}{\partial x} = 0 \qquad (2.12)$$

很明显,方程(2.12)式的解为

$$\Psi_2 = \overline{\Psi}_2(T_1, T_2, X_1, X_2, y) \qquad (2.13)$$

解(2.13)式不能直接从方程(2.6)式中得到,但它能从方程(2.7)式中间接得到。将(2.9)和(2.13)式代入方程(2.7)式然后进行纬向平均可得 $\overline{\Psi}_2$ 的方程为

$$(\frac{\partial}{\partial T_1} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial X_1})(\frac{\partial^2\overline{\Psi}_2}{\partial y^2} - F\overline{\Psi}_2) + (\beta + F\bar{u})\frac{\partial\overline{\Psi}_2}{\partial X_1} = -\frac{4k^2m}{Ly}\sin(2my)\frac{\partial|A|^2}{\partial X_1} \qquad (2.14)$$

其边界条件为

$$\left.\frac{\partial^2\overline{\Psi}_n}{\partial T_1\partial y}\right|_{y=0} = \left.\frac{\partial^2\overline{\Psi}_n}{\partial T_1\partial y}\right|_{y=Ly} = 0 \qquad (2.15)$$

方程(2.14)式满足边界条件(2.15)式的解能很容易被得到,并表示为(Luo,1997)

$$\overline{\Psi}_2 = -|A|^2\sum_{n=1}^{\infty}q_n g_n\cos(n + \frac{1}{2})my \qquad (2.16)$$

其中 $q_n = \dfrac{4k^2m}{Ly\{\beta + F\bar{u} - (\bar{u} - Cg)[F + m^2/4]\}}$, $g_n = \dfrac{8}{m[4 - (n + 1/2)^2]Ly}$。

将(2.9)和(2.16)式代入方程(2.7)式两边同乘以 $\varphi_1(y)$,然后从 0 到 Ly 积分并消除长期项可得波振幅 A 所满足的非线性 Schrödinger 方程为

$$\mathrm{i}(\frac{\partial A}{\partial T_2} + Cg\frac{\partial A}{\partial X_2}) + \lambda\frac{\partial^2 A}{\partial X_1^2} + \delta|A|^2A = 0 \qquad (2.17)$$

其中 $\lambda = \dfrac{[3(m^2 + F) - k^2](\beta + F\bar{u})k}{(k^2 + m^2 + F)^3}$, $\delta = \dfrac{km\sum_{n=1}^{\infty}q_n g_n^2[k^2 + m^2 - m^2(n + 1/2)^2]}{k^2 + m^2 + F}$.

利用变换 $\zeta = \frac{1}{\epsilon}(X_2 - CgT_2) = X_1 - CgT_1$ 和 $T = \epsilon T_1$,于是方程(2.17)式可以改写为

$$\mathrm{i}\frac{\partial A}{\partial T} + \lambda\frac{\partial^2 A}{\partial\zeta^2} + \delta|A|^2A = 0 \qquad (2.18)$$

(2.18)式就是非线性 Rossby 波所满足的标准的非线性 Schrödinger 方程。Benney(1979)和 Yamagata(1980)最早获得了中高纬度大气中非线性 Rossby 调制波所满足的非线性 Schrödinger 方程。然而他们两人仅给出了这个方程,并没有讨论这个方程的解及其物理意义。罗德海和纪立人(1989)用多重尺度方法研究了中高纬度地区切变基流中的包络 Rossby 孤立子,并最先用这种包络 Rossby 孤立子来解释大气中的偶极子阻塞,取得了一定的进展。对于方程(2.18)式,只有当 $\lambda\delta > 0$ 时它才有包络孤立子解。当 F 和 Ly 所取的参数为 $F = 1.0$(亦即水平特征长度和 Rossby 变形半径均为 1000km)和 $Ly = 5.0$(有量纲量为 5000km)时,对于 1 波和 2 波,在很宽广的参数范围内在中高纬度地区能保证 $\lambda\delta > 0$。然而对于 3 波,只有在特定的参数范围内,才能保证 $\lambda\delta > 0$。下面我们将详细给出包络 Rossby 孤立子的流场结构。

2.4 包络 Rossby 孤立子的流场结构及其可能应用

对于方程(2.18)式，当 $\lambda\delta>0$ 时它有下列形式的包络孤立子解（罗德海和纪立人，1989）

$$A=A_0\mathrm{sech}\left(\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}A_0\zeta\right)\exp\left(\mathrm{i}\,\frac{A_0^2\delta}{2}T\right) \tag{2.19}$$

其中 A_0 为 A 在 $(\zeta,T)=(0,0)$ 处的值。

将(2.9)和(2.19)式代入(2.4)式，定义 $M_0=\varepsilon A_0$，并利用变换 $\zeta=\varepsilon(x-Cgt)$ 和 $T=\varepsilon^2 t$，可得包络 Rossby 孤立子的流函数解为

$$\Psi=-\bar{u}y+2M_0\varphi_1(y)\mathrm{sech}\left[\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}M_0(x-Cgt)\right]\cos[k(x-C_At)] \tag{2.20}$$

其中 $C_A=\bar{u}-\dfrac{\beta+F\bar{u}}{k^2+m^2+F}-\dfrac{\delta M_0^2}{2k}$.

从(2.20)式不难发现包络 Rossby 孤立子主要拥有 sech 形状的孤立子结构。而且它并不需要长波近似的条件 $Ly/Lx\ll 1.0$（或对于固定的 Ly 要求 $k\to 0$）。然而对于 KdV 型 Rossby 孤立子则必须要求长波近似（$k\to 0$），并且它有 sech^2 形状的非频散结构（Malguzzi 和 Malanotte-Rizzoli，1984）。另外，我们容易发现包络振幅的尺度是波 k 的波长的几倍（$1/\varepsilon$ 倍）。这表明包络振幅的长度也是地球半径的几倍。实际上，这个要求在物理上是可以接受的。这是因为包络 Rossby 孤立子的流函数场不仅依赖于包络振幅 A 的形状和尺度，而且依赖于波数 k。只有在 $k\to 0$ 的情况下，包络 Rossby 孤立子的流函数场才依赖于包络振幅 A 的形状和尺度。这种情况则对应于 KdV 型孤立子的情况。当包络振幅 A 的尺度趋于无穷大时，包络振幅 A 是一个常数。在这种情况下，(2.9)和(2.20)式就变为线性 Rossby 波的解。这表明以前的线性 Rossby 波解只是解(2.9)式的一种特殊情况。在实际大气中，由于存在非线性和外强迫，因此 Rossby 波的形状通常要发生缓慢变化。这时，包络振幅 A 不能考虑成常数，而应该是时间和空间的慢变函数。例如对于方程(2.17)式，当 $k\neq 0$，$\lambda>0$ 且 $\delta>0$ 时，它有 sech 形状的解，而对于 KdV 型孤立子（$k\to 0$），振幅 A 有 sech^2 形状解，而且要求基本气流有切变。对于 KdV 型孤立子，$A\varphi(y)$ 要有偶极子阻塞的结构（Malguzzi 和 Malanotte-Rizzoli，1984；Butchart 等，1989），必须要求振幅 A 的尺度小于地球的半径（通常认为偶极子阻塞的尺度小于地球的半径），这与长波近似的假设相矛盾。然而对于包络 Rossby 孤立子来说，这个条件没有必要。因此从物理上讲包络 Rossby 孤立子更适合于偶极子阻塞事件。

对于 1 波（$k=1/(6.371\cos\varphi_0)$），当取 $M_0=1.0$ 和 $\bar{u}=0.8$ 时，在 55°N 地区包络 Rossby 孤立子的流场结构如图 2.1a 所示。而当 $\bar{u}=0.6$ 时，在 65°N 地区包络 Rossby 孤立子的流场结构如图 2.1b 所示。

从图 2.1 可以看出波数为 1 的包络 Rossby 孤立子具有南低北高的偶极子结构。在 55°N 地区这个偶极子的东西方向上的尺度较长，而南北方向上的尺度较短。对于 $\bar{u}=0.8$，尽管看起来这个偶极子好像是非频散的（当然从有限的时间来看），然而它的形状并不与实际观测到的偶极子阻塞一致。在 65°N 地区，当 $\bar{u}=0.6$ 时，包络 Rossby 孤立子的偶极子结构在东西方向上的尺度变短了一些，并且有弱频散现象发生，这种形式的偶极子结构与实际观测到的偶极子阻塞比较接近，但严格来讲仍存在一定的差距。正如 Colucci(1985)和丑纪范等(1994)所指出的那样，在中高纬度地区阻塞形势主要是以 2～3 波为主。而在通常的情况下波数为 2 的阻

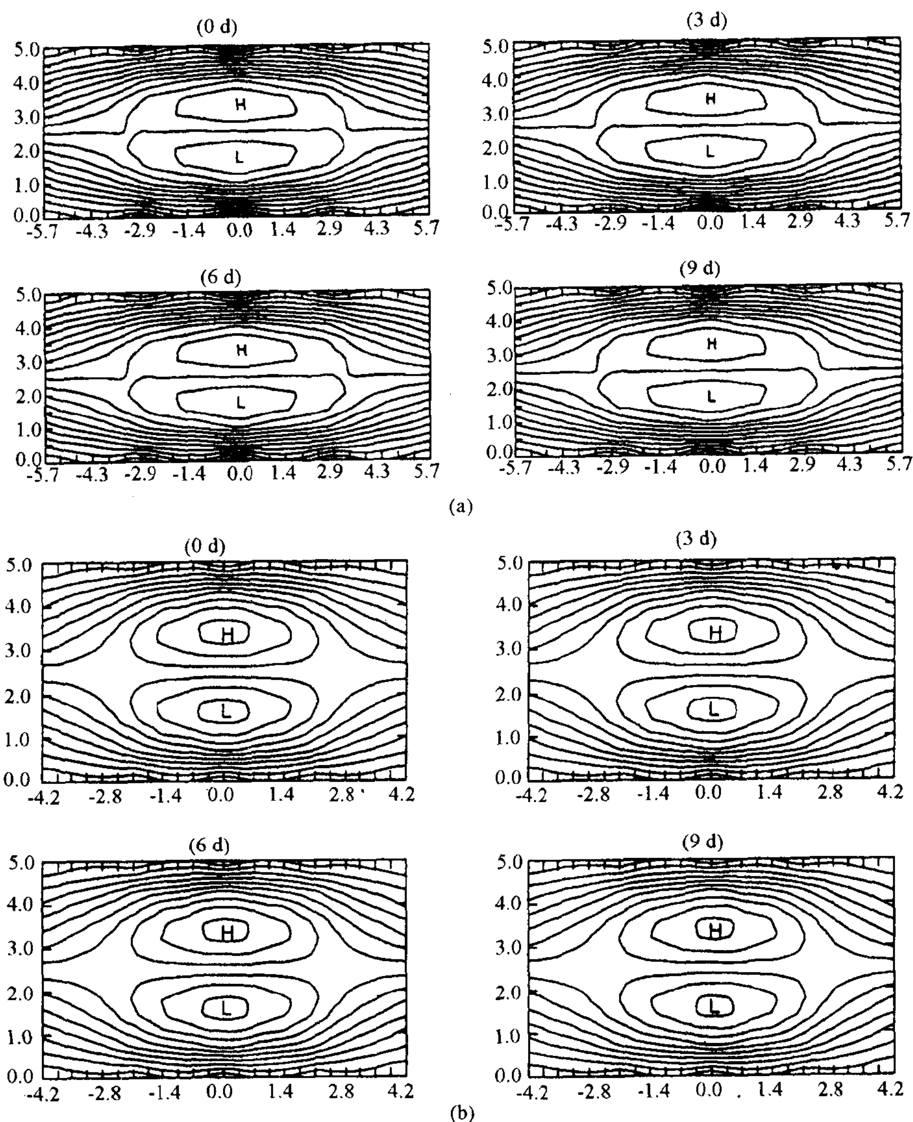


图 2.1　波数为 1 的包络 Rossby 孤立子的流场结构（$M_0 = 1.0$，等值线间距为 0.2）

（a）在 55°N 地区的大气流场，$\bar{u} = 0.8$　（b）在 65°N 地区的大气流场，$\bar{u} = 0.6$

塞形势占主要。图 2.2 给出了在 $M_0 = 0.8$ 和 $\bar{u} = 0.7$ 条件下波数为 2 的包络 Rossby 孤立子在 55°N 地区的流场结构。不难发现图 2.2 中的偶极子结构是频散的，但几乎不移动，并且能维持 6 天以上。除此之外，它在形状上与观测到的偶极子阻塞的结构非常类似。按阻塞的定义，这种偶极子结构可以看成是偶极子阻塞，但不能解释 10～20 天的偶极子阻塞。然而如果基本西风的风速较强或较弱的话，那么偶极子结构的维持时间将大大地缩短。因此只有在合适的背景西风范围内，才能形成持续时间较长的偶极子结构。对于波数为 3 的包络 Rossby 孤立子，它所具有的偶极子结构是强频散的，并且它的持续时间很短而且会很快衰减掉。值得一提的是，从这里的计算可以发现，对于波数为 1 的非线性 Rossby 波，可以使用长波近似来获得波振幅方程。然而对于波数大于 2 的非线性 Rossby 波，由于长波近似 $Ly/Lx \ll 1.0$ 不能成立，因此 KdV 方程不再适用。特别是 Benzi（1984）指出纬向风概率密度的双峰特征主要对应于强的

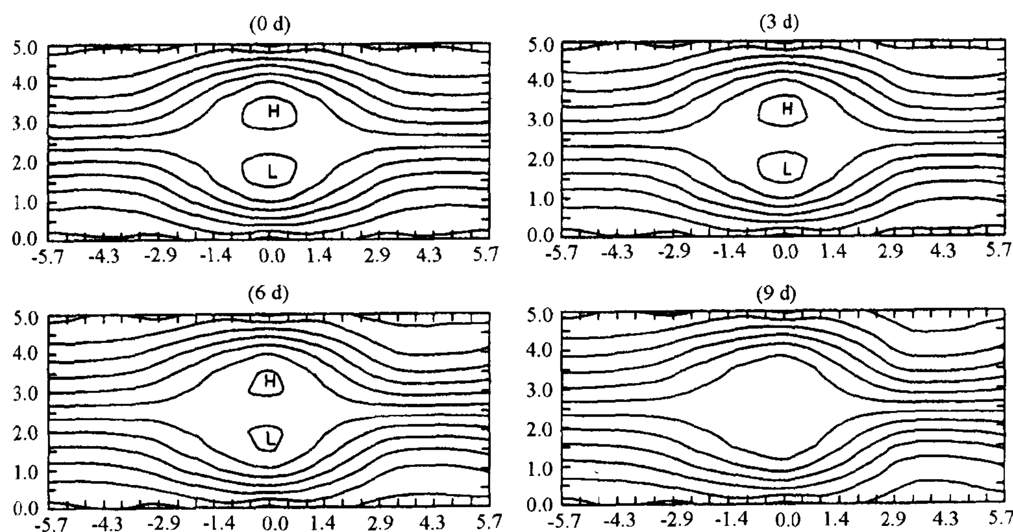


图 2.2　波数为 2 的包络 Rossby 孤立子在 55°N 地区的流场
($M_0 = 0.8, \bar{u} = 0.7$,等值线间距为 0.3)

纬向气流和阻塞环流,而 Sutera(1986)指出由纬向 2～4 波所形成的行星尺度波包振幅的概率密度分布是双峰的。因此不难推测用 KdV 型孤立子来描述阻塞形势值得怀疑。

从(2.20)式可以看出包络 Rossby 孤立子的相速为 $C_A = \bar{u} - \frac{\beta + F\bar{u}}{k^2 + m^2 + F} - \frac{\delta M_0^2}{2k}$。很明显,包络 Rossby 孤立子的相速与波振幅 M_0 的平方成线性关系。而 KdV 型 Rossby 孤立子的传播速度与波振幅成线性关系。当振幅 M_0 越大时,包络孤立子的相速也就越小。若定义 $Cgp = Cg - C_A$,则不难得到 $Cgp = \frac{2k^2(\beta + F\bar{u})}{(k^2 + m^2 + F)^2} + \frac{\delta M_0^2}{2k}$。图 2.3 给出 Cgp 的数值结果。可以发现波振幅越大,Cgp 就越大。这说明大振幅的包络 Rossby 孤立子越容易频散。这个结果仅对于无外强迫作用时才成立。正如我们今后所指出的那样,外强迫

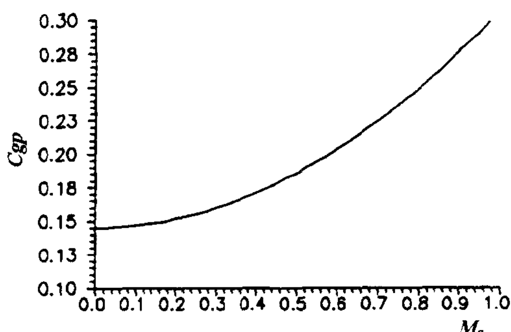


图 2.3　在 55°N 地区波数为 2 的包络 Rossby 孤立子的群速与相速之差 Cgp 随振幅 M_0 的变化($\bar{u} = 0.7$)

(天气尺度波和地形等)不仅能使包络 Rossby 孤立子的振幅增大,而且使包络孤立子的频散性减弱。这方面的结果将在以下几章中介绍。尽管与 McWilliams(1980)提出的 modons 理论以及 Malguzzi 和 Malanatooe－Rizzoli(1984)所提出的 KdV 型 Rossby 孤立子理论相比,无强迫的包络 Rossby 孤立子所描述的偶极子结构是频散的,然而我们并不认为包络 Rossby 孤立子要比这些理论差。相反我们还认为它是包络 Rossby 孤立子的优点之一。这是因为大气阻塞的持续时间总是有限的,一般说来它的持续时间为 10～20 天,有时可高达 30 天,这些事实不能完全用非频散波来加以解释。然而人们自然要问,难道用包络 Rossby 孤立子能解释大气阻塞 10～20 天的持续时间吗?回答是肯定的。只要在包络 Rossby 孤立子模式中加入天气尺度波和大尺度地形等外强迫,那么就可以获得持续时间 10～20 天的阻塞形势。在以下几章的讨论中将会说明这一点。需要指出的是,在 McWilliams(1980)所提出的 modons 理论中,modons

偶极子的获得必须要求位涡与流函数成线性关系。然而这种条件通常在阻塞区并不严格成立(Butchart 等,1989)。另一方面,在数值模式中如果不考虑外强迫而仅考虑非线性的作用时,几乎观测不到阻塞的形成。正如 Egger 等人(1986)所指出的那样,把阻塞看成是由大尺度波的内动力学所支配是不合适的。然而当考虑外强迫的作用(天气尺度波和地形等)时,在数值模式中可以观测到明显的阻塞结构(Ji 和 Tibaldi,1983)。这说明外强迫对于阻塞的形成是起促进作用,而不是起破坏作用(Egger,1978;Charney 和 Devore,1979;Shutts,1983; Hanies 和 Marshall,1987)。因此在没有外强迫作用的情况下,包络孤立子的偶极子结构通过自身的能量频散而消失也是可以理解的。因此要解释偶极子阻塞的形成和维持以及 10～20 天的时间尺度,必须发展强迫的包络 Rossby 孤立子理论。这是第 5～7 章所要研究的问题。

2.5 小结

在这一章中,我们论述了正压大气中的包络 Rossby 孤立子的结构和特征。结果发现包络 Rossby 孤立子具有南高北低的偶极子结构,而且偶极子结构一般维持在 10 天以下。当波振幅越大时,偶极子结构的频散性越强。在另一方面,尽管波数为 2 的包络 Rossby 孤立子的水平结构看起来与中高纬度地区所观测到的偶极子阻塞非常一致,但在持续时间方面并不完全一致。除此之外,我们还讨论了 modons 理论和 KdV 型 Rossby 孤立子理论的缺点。

3 正压大气中高阶包络 Rossby 孤立子的结构，Liapunov 稳定性和调制不稳定

本章首先提出了一个迭代摄动方法，然后利用这个方法获得了非线性 Rossby 波所满足的一个高阶非线性 Schrödinger 方程。这个方程是以前所得到的非线性 Schrödinger 方程的一个推广。在考虑 $O(\varepsilon)$ 高阶项的情况下，我们获得了它近似的包络孤立子解，并讨论包络孤立子的 Liapunov 稳定性。此外，还讨论了在考虑 $O(\varepsilon)$ 和 $O(\varepsilon^2)$ 高阶项作用的情况下均匀 Rossby 波列的调制不稳定。

3.1 引　言

在过去几十年中，非线性 Schrödinger(NLS)方程已经广泛地应用于水波动力学，等离子体和光纤通讯等各个领域中，并取得了广泛的进展(Dysthe，1979；Jeffrey 和 Kawahara，1982；Hasegawa 和 Kodama，1995)。特别是在水波动力学和光纤通讯中，标准的 NLS 方程已经推广为包括高阶非线性项的推广的 NLS 方程(Dysthe，1979；Hasegawa 和 Kodama，1995)。现在，这种推广的 NLS 方程通常被称为高阶非线性 Schrödinger(HNLS)方程(Hasegawa 和 Kodama，1995)。

在大气动力学中，描述非线性 Rossby 波的 NLS 方程首先由 Benney(1978)和 Yamagata(1980)分别独立得到。罗德海和纪立人(1989；1990)则用不同于他们的方法研究了中高纬度地区(45°～70°N)切变基流中的包络 Rossby 孤立子，并认为包络 Rossby 孤立子可以被用来解释大气阻塞的结构。然而在以前所获得的 NLS 方程中都未考虑 $O(\varepsilon)$ 和 $O(\varepsilon^2)$ 等高阶项的作用。在第 2 章中我们已经给出了获得标准 NLS 方程的方法。在这一章我们提出一个迭代摄动法，并用这个方法获得了一个新的高阶 NLS 方程。在一些简单的情况下讨论了该方程的解以及包络孤立子的 Liapunov 稳定性，并详细地研究了高阶项对调制不稳定的影响。

3.2 迭代摄动法和高阶非线性 Schrödinger 方程的获得

这里提出了一个获得高阶的 NLS 方程的方法，下面给出详细的推导过程。首先我们引入小参数 ε，以至于使方程(2.1)式的解满足

$$\Psi = -\bar{u}y + \varepsilon\Psi' \tag{3.1}$$

其中 $\bar{u}$ 是均匀的基本西风。

将(3.1)式代入方程(2.1)式有

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)(\nabla^2\Psi'-F\Psi')+\varepsilon J(\Psi',\nabla^2\Psi')+(\beta+F\bar{u})\frac{\partial\Psi'}{\partial x}=0 \tag{3.2}$$

其边界条件与(2.2)式相同。

引入慢变坐标(Yamagata，1980；Jeffrey 和 Kawahara，1982；Hasegawa 和 Kodama，1995)

$$\xi=\varepsilon(x-Cgt),\quad T=\varepsilon^2 t \tag{3.3}$$

将(3.3)式代入方程(3.2)式，可得到方程

$$\begin{aligned}&L(\Psi')+\varepsilon\left[(\bar{u}-Cg)\frac{\partial}{\partial\xi}(\nabla^2\Psi'-F\Psi')+2\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)\frac{\partial^2\Psi'}{\partial x\partial\xi}+(\beta+F\bar{u})\frac{\partial\Psi'}{\partial\xi}+\right.\\&\left.J(\Psi',\nabla^2\Psi')\right]+\varepsilon^2\left[\frac{\partial}{\partial T}(\nabla^2\Psi'-F\Psi')+2(\bar{u}-Cg)\frac{\partial^3\Psi'}{\partial x\partial\xi^2}+\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)\frac{\partial^2\Psi'}{\partial\xi^2}+\right.\\&\left.J\left(\Psi',2\frac{\partial^2\Psi'}{\partial x\partial\xi}\right)+\frac{\partial\Psi'}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\Psi'-\frac{\partial\Psi'}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}\nabla^2\Psi'\right]+\varepsilon^3\left[(\bar{u}-Cg)\frac{\partial^3\Psi'}{\partial\xi^3}+2\frac{\partial^3\Psi'}{\partial x\partial\xi\partial T}+\right.\\&\left.J\left(\Psi',\frac{\partial^2\Psi'}{\partial\xi^2}\right)+2\frac{\partial\Psi'}{\partial\xi}\frac{\partial^3\Psi'}{\partial x\partial y\partial\xi}-2\frac{\partial\Psi'}{\partial y}\frac{\partial^3\Psi'}{\partial x\partial\xi^2}\right]+\varepsilon^4\left[\frac{\partial^3\Psi'}{\partial T\partial\xi^2}+\right.\\&\left.\frac{\partial\Psi'}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial^2\Psi'}{\partial\xi^2}\right)-\frac{\partial\Psi'}{\partial y}\frac{\partial^3\Psi'}{\partial\xi^3}\right]=0\end{aligned} \tag{3.4}$$

其边界条件为

$$\frac{\partial\Psi}{\partial x}=0,\quad\frac{\partial^2\overline{\Psi'(y,t,T)}}{\partial y\partial t}=0,\quad\frac{\partial^2\overline{\Psi'(y,t,T)}}{\partial y\partial T}=0,\quad y=0,Ly \tag{3.5}$$

其中 $L(\quad)=\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)[\nabla^2(\quad)-F(\quad)]+(\beta+F\bar{u})\frac{\partial(\quad)}{\partial x}$ 是一个线性的 Rossby 波算子。

为了得到一个高阶的非线性 Schrödinger 方程，这里提出一个迭代摄动方法：设非线性方程的解为 $\Psi'=\Psi_0+\varepsilon\Psi_{10}$。当 Ψ_0 的解被获得后，将 Ψ' 代入非线性方程，然后可以得到 Ψ_{10} 的非线性方程。再省略方程中 $O(\varepsilon)$ 以上的项便可以得到 Ψ_{10} 的线性解 $\Psi_{10}=\Psi_1$。而对于带有 $O(\varepsilon)$ 以上项的 Ψ_{10} 的非线性方程，设它的解为 $\Psi_{10}=\Psi_1+\varepsilon\Psi_{20}$，然后再将 $\Psi_{10}=\Psi_1+\varepsilon\Psi_{20}$ 代入 Ψ_{10} 的非线性方程，可以得到 Ψ_{20} 的非线性方程。再省略方程中 $O(\varepsilon)$ 以上的项便可以得到 Ψ_{20} 的线性解 $\Psi_{20}=\Psi_2$。对于 Ψ_{20} 的非线性方程，再设它的解为 $\Psi_{20}=\Psi_2+\varepsilon\Psi_{30}$。这样经过无数次迭代可以得到非线性方程的解以及波调制方程。对于这样的一个迭代有 $\Psi'=\Psi_0+\varepsilon\Psi_{10}=\Psi_0+\varepsilon\Psi_1+\varepsilon^2\Psi_{20}=\Psi_0+\varepsilon\Psi_1+\varepsilon^2\Psi_2+\varepsilon^3\Psi_{30}$。具体的运用见下面方程的推导。

很明显，对于具有偶极子分布的经向结构，方程(3.4)式的解能够表示为

$$\begin{aligned}\Psi'=\Psi_0+\varepsilon\Psi_1(\xi,T,x,y,t)=A(T,\xi)\varphi_1(y)\exp[i(kx-\omega t)]+\\\varepsilon\Psi_1(T,\xi,x,y,t)+cc\end{aligned} \tag{3.6}$$

其中的符号与(2.9)式的符号相同。

将(3.6)式代入方程(3.4)式可得

$$\begin{aligned}&L(\Psi_1)+\varepsilon\left[\frac{\partial}{\partial T}(\nabla^2\Psi_0-F\Psi_0)+2(\bar{u}-Cg)\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial x\partial\xi^2}+\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial\xi^2}+\right.\\&(\bar{u}-Cg)\frac{\partial}{\partial\xi}(\nabla^2\Psi_1-F\Psi_1)+(\beta+F\bar{u})\frac{\partial\Psi_1}{\partial\xi}+J(\Psi_0,\nabla^2\Psi_1)+\\&\left.J(\Psi_1,\nabla^2\Psi_0)+J\left(\Psi_0,2\frac{\partial^2\Psi_1}{\partial x\partial\xi}\right)+\frac{\partial\Psi_0}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\Psi_1-\frac{\partial\Psi_0}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}\nabla^2\Psi_1\right]+\varepsilon^2\left[(\bar{u}-Cg)\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial\xi^3}+\right.\\&2\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial x\partial\xi\partial T}+J\left(\Psi_0,\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial\xi^2}\right)+\frac{\partial\Psi_0}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}\left(2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial\xi}\right)-\frac{\partial\Psi_0}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial\xi}\right)+J\left(\Psi_0,2\frac{\partial^2\Psi_1}{\partial x\partial\xi}\right)+\end{aligned}$$

$$
\mathrm{J}\left(\Psi_1, 2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial\xi}\right)+\frac{\partial\Psi_0}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\Psi_1+\frac{\partial\Psi_1}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\Psi_0-\frac{\partial\Psi_0}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}\nabla^2\Psi_1-\frac{\partial\Psi_1}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial\xi}\nabla^2\Psi_0+
$$

$$
\mathrm{J}(\Psi_1,\nabla^2\Psi_1)\Big]+\varepsilon^3\left[\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial T\partial\xi^2}+\frac{\partial\Psi_0}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial\xi^2}\right)-\frac{\partial\Psi_0}{\partial y}\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial\xi^3}+(\bar{u}-Cg)\frac{\partial^3\Psi_1}{\partial\xi^3}+\right.
$$

$$
\left.\mathrm{J}\left(\Psi_1,\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial\xi^2}\right)+\mathrm{J}\left(\Psi_0,\frac{\partial^2\Psi_1}{\partial\xi^2}\right)+\frac{\partial\Psi_1}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}\left(2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial\xi}\right)-\frac{\partial\Psi_1}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial\xi}\right)\right]+O(\varepsilon^4)=0 \quad (3.7)
$$

很明显，方程(3.7)式的解能够表示为

$$
\Psi_1=\Psi_{11}+\varepsilon\Psi_2=-|A|^2\sum_{n=1}^{\infty}q_n g_n\cos\left(n+\frac{1}{2}\right)my+\varepsilon\Psi_2 \quad (3.8)
$$

并且 Ψ_2 满足的方程为

$$
\mathrm{L}(\Psi_2)+\frac{\partial}{\partial T}(\nabla^2\Psi_0-F\Psi_0)+2(\bar{u}-Cg)\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial x\partial\xi^2}+\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial\xi^2}+\mathrm{J}(\Psi_{11},\nabla^2\Psi_0)+
$$

$$
\mathrm{J}(\Psi_0,\nabla^2\Psi_{11})+\mathrm{J}\left(\Psi_0,2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial\xi}\right)+\frac{\partial\Psi_0}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}(\nabla^2\Psi_0)-\frac{\partial\Psi_0}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}(\nabla^2\Psi_0)+
$$

$$
\varepsilon\left[(\bar{u}-Cg)\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial\xi^3}+2\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial x\partial\xi\partial T}+\mathrm{J}\left(\Psi_0,\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial\xi^2}\right)+\frac{\partial\Psi_0}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}\left(2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial\xi}\right)-\frac{\partial\Psi_0}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial\xi}\right)+\right.
$$

$$
\mathrm{J}\left(\Psi_0,2\frac{\partial^2\Psi_{11}}{\partial x\partial\xi}\right)+\mathrm{J}\left(\Psi_{11},2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial\xi}\right)+\frac{\partial\Psi_0}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\Psi_{11}+\frac{\partial\Psi_1}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}(\nabla^2\Psi_0)-\frac{\partial\Psi_0}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}\nabla^2\Psi_{11}-
$$

$$
\left.\frac{\partial\Psi_{11}}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}\nabla^2\Psi_0\right]+\varepsilon^2\left[\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial T\partial\xi^2}+(\bar{u}-Cg)\frac{\partial^3\Psi_{11}}{\partial\xi^3}+\mathrm{J}\left(\Psi_{11},\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial\xi^2}\right)+\mathrm{J}\left(\Psi_0,\frac{\partial^2\Psi_{11}}{\partial\xi^2}\right)+\right.
$$

$$
\left.\frac{\partial\Psi_{11}}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}\left(2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial\xi}\right)-\frac{\partial\Psi_{11}}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial\xi}\right)\right]+O(\varepsilon^3)=0 \quad (3.9)
$$

其中 g_n 和 q_n 与(2.16)式中的 g_n 和 q_n 相同。

将(3.6)和(3.8)式代入方程(3.9)式，消除长期项可得波振幅 A 所满足的推广的非线性 Schrödinger 方程为

$$
\mathrm{i}\frac{\partial A}{\partial T}+\lambda\frac{\partial^2 A}{\partial\xi^2}+\delta|A|^2A=\mathrm{i}\left\{\varepsilon\left[\frac{\bar{u}-Cg}{k^2+m^2+F}\frac{\partial^3 A}{\partial\xi^3}+\left(\frac{\delta}{k}+R\right)\frac{\partial(|A|^2A)}{\partial\xi}+(-R)A\frac{\partial|A|^2}{\partial\xi}+\right.\right.
$$

$$
\left.\frac{2\mathrm{i}k}{k^2+m^2+F}\frac{\partial^2 A}{\partial T\partial\xi}\right]+\varepsilon^2\left[\frac{1}{k^2+m^2+F}\frac{\partial^3 A}{\partial T\partial\xi^2}+\mathrm{i}\frac{R}{2k}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(A\frac{\partial|A|^2}{\partial\xi}\right)-\mathrm{i}\frac{3R}{2k}\frac{\partial A}{\partial\xi}\frac{\partial|A|^2}{\partial\xi}-\right.
$$

$$
\left.\left.\mathrm{i}\frac{3R}{2k}|A|^2\frac{\partial^2 A}{\partial\xi^2}\right]\right\}+O(\varepsilon^3)=0 \quad (3.10)
$$

其中 $R=\dfrac{2k^2m}{k^2+m^2+F}\sum_{n=1}^{\infty}q_n g_n^2$，$\lambda$ 和 δ 与方程(2.17)式中的 λ 和 δ 相同。

如果省略掉高阶项 $O(\varepsilon)$ 和 $O(\varepsilon^2)$，方程(3.10)式就变为第2章所得到的标准的 NLS 方程。因此当考虑高阶项 $O(\varepsilon)$ 和 $O(\varepsilon^2)$ 时，(3.10)式就是一个推广的 NLS 方程。这个方程在以前的研究中并没有发现过。传统的正则摄动法不能获得考虑高阶项 $O(\varepsilon)$ 和 $O(\varepsilon^2)$ 时的非线性方程，而迭代摄动法能很好地解决这个问题。在水波动力学和光纤通讯研究中，几乎所有的学者都未考虑高阶项 $O(\varepsilon^2)$ 的作用。即使不考虑高阶项 $O(\varepsilon^2)$ 的作用，这里所得到的推广的 NLS 方程也与以前学者所得到的推广的 NLS 方程不同(Dysthe，1979；Hasegawa 和 Kodama，1995)。这是因为在我们的方程中还包含 $\partial^2 A/(\partial T\partial\xi)$ 这一项。然而如果不考虑高阶项 $O(\varepsilon^2)$ 的作用，通过一定的变换可以将我们的方程化为 Hasegawa 和 Kodama 于 1995 年所得到的高阶 NLS 方程。

将方程(3.10)式中的 $\partial A/\partial T$ 代入它的右端项 $\partial^2 A/(\partial T\partial\xi)$ 和 $\partial^3 A/(\partial T\partial\xi^2)$ 中，并省略掉高

阶项 $O(\varepsilon^3)$,可得如下方程

$$\mathrm{i}\frac{\partial A}{\partial T}+\lambda\frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2}+\delta|A|^2A=\mathrm{i}\left\{\varepsilon\left[R_1\frac{\partial^3 A}{\partial \xi^3}+R_2\frac{\partial(|A|^2A)}{\partial \xi}+R_3A\frac{\partial|A|^2}{\partial \xi}\right]+\mathrm{i}\varepsilon^2\left[R_4\frac{\partial^4 A}{\partial \xi^4}+R_5\frac{\partial^2(|A|^2A)}{\partial \xi^2}+R_6\frac{\partial}{\partial \xi}\left(A\frac{\partial|A|^2}{\partial \xi}\right)+R_7\frac{\partial A}{\partial \xi}\frac{\partial|A|^2}{\partial \xi}+R_8|A|^2\frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2}\right]\right\}+O(\varepsilon^3) \quad (3.11)$$

其中 $R_1=\dfrac{\bar{u}-Cg-2k\lambda}{k^2+m^2+F}$,$R_2=\dfrac{\delta}{k}-\dfrac{2k\delta}{k^2+m^2+F}+R$,$R_3=-R$,$R_7=R_8=-\dfrac{3R}{2k}$,$R_4=\dfrac{2k(\bar{u}-Cg)}{(k^2+m^2+F)^2}-\dfrac{\lambda}{k^2+m^2+F}+\left(\dfrac{2k}{k^2+m^2+F}\right)^2\lambda$,$R_5=\dfrac{\delta+2kR}{k^2+m^2+F}+\left(\dfrac{2k}{k^2+m^2+F}\right)^2\delta$ 和 $R_6=R\left(\dfrac{1}{2k}-\dfrac{2k}{k^2+m^2+F}\right)$

方程(3.11)式就是一个新的高阶非线性 Schrödinger 方程。这个方程是 Benney(1979),Yamagata(1980)以及罗德海和纪立人(1989,1990)所得到的非线性 Schrödinger 方程的推广。略掉高阶项 $O(\varepsilon^2)$,方程(3.11)式就变为 Dysthe(1979)以及 Hasegawa 和 Kodama (1995)所得到的高阶非线性 Schrödinger 方程。对于方程(3.11)式,要获得它的分析解几乎是不可能的。然而在不考虑高阶项 $O(\varepsilon^2)$ 的情况下 Kodama 和 Hasegawa(1987)获得了它的近似解。对于方程(3.11)式,它的数值解能够获得。但在这里我们仅介绍没有高阶项 $O(\varepsilon^2)$ 时方程(3.11)式的近似解的结构。同时我们将给出高阶项 $O(\varepsilon)$ 和 $O(\varepsilon^2)$ 对调制不稳定的影响。

3.3 考虑高阶项 $O(\varepsilon)$ 时包络 Rossby 孤立子的结构

对于方程(3.11)式,当不考虑高阶项 $O(\varepsilon^2)$ 时,在 $\lambda>0$ 和 $\delta>0$ 的情况下,我们可以作变换 $\xi=\sqrt{2\lambda}X$ 和 $A=B/\sqrt{\delta}$ 。在这种情况下,没有高阶项 $O(\varepsilon^2)$ 时方程(3.11)式可以改写为

$$\mathrm{i}\frac{\partial B}{\partial T}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 B}{\partial \zeta^2}+|B|^2B=\mathrm{i}\varepsilon\left[\gamma_1\frac{\partial^3 B}{\partial \zeta^3}+\gamma_2\frac{\partial(|B|^2B)}{\partial \zeta}+\gamma_3B\frac{\partial(|B|^2)}{\partial \zeta}\right] \quad (3.12)$$

其中 $\gamma_1=R_1/(\sqrt[3]{2\lambda})$,$\gamma_2=R_2/(\delta\sqrt{2\lambda})$ 且 $\gamma_3=R_3/(\delta\sqrt{2\lambda})$。

方程(3.12)式就是 Kodama 和 Hasegawa(1987)所得到的标准的高阶非线性 Schrödinger 方程。很明显,这个方程描述了非线性调制 Rossby 波的传播。它的近似解可以通过 Kodama 和 Hasegawa(1987)提出的方法来获得。

作变换(Kodama 和 Hasegawa,1987)

$$B=q-\mathrm{i}\varepsilon\left(3\gamma_1-\frac{1}{2}\gamma_2\right)q_\zeta-\mathrm{i}\varepsilon(6\gamma_1-2\gamma_2-\gamma_3)q\int_{-\infty}^{\zeta}|q(\zeta)|^2\mathrm{d}\zeta+O(\varepsilon^2) \quad (3.13)$$

那么方程(3.12)可以化成下面完全可积的高阶 NLS 方程

$$\mathrm{i}\frac{\partial q}{\partial T}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 q}{\partial \zeta^2}+|q|^2q=\mathrm{i}\varepsilon\gamma_1\left(\frac{\partial^3 q}{\partial \zeta^3}+6|q|^2\frac{\partial q}{\partial \zeta}\right)+O(\varepsilon^2) \quad (3.14)$$

且方程(3.14)式的孤立子解为(Kodama 和 Hasegawa,1987,1995)

$$q=q_0\mathrm{sech}[q_0(\zeta+\varepsilon\gamma_1q_0^2T)]\exp\left(\mathrm{i}\frac{q_0^2}{2}T\right) \quad (3.15)$$

其中 q_0 是包络孤立子的振幅且为常数。

从(3.15)式可以看出,由于高阶项的作用,包络孤立子的群速度变为 $Cg+\Delta Cg$,其中 $\Delta Cg=-\varepsilon\gamma_1q_0^2$ 。当 γ_1 是正数值,包络 Rossby 孤立子的群速度变小。这说明高阶项影响包络 Rossby 孤立子的传播。在下面我们给出包络 Rossby 孤立子的流函数结构。

将(3.15)代入(3.13)式可得

$$B = q\left\{1 - \mathrm{i}\varepsilon(6\gamma_1 - 2\gamma_2 - \gamma_3)q_0 - \mathrm{i}\varepsilon(3\gamma_1 - \frac{3}{2}\gamma_2 - \gamma_3)q_0\tanh[q_0(\zeta + \varepsilon\gamma_1 q_0^2 T)]\right\} \tag{3.16}$$

利用(3.6)和(3.16)式,包含高阶项的包络 Rossby 孤立子的流函数可以表示为

$$\Psi = -\bar{u}y + M_0\mathrm{sech}\left[M_0\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}(x - C_{gm}t)\right]\{1 - \mathrm{i}(6\gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_3)\delta^{\frac{1}{2}}M_0 - \mathrm{i}\left(3\gamma_1 - \frac{3}{2}\gamma_2 - \gamma_3\right)\delta^{\frac{1}{2}}M_0\tanh\left[M_0\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}(x - C_{gmt})\right]\Big\}\varphi_1\exp[\mathrm{i}(kx - \omega_m t)] + cc \tag{3.17}$$

其中 $M_0 = \varepsilon q_0\delta^{-\frac{1}{2}}, C_{gm} = Cg - \gamma_1\delta(2\lambda)^{\frac{1}{2}}M_0^2$ 且 $\omega_m = \omega - \frac{\delta M_0^2}{2}$。

当 $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0$ 时,(3.17)式可以变为不考虑高阶项时所得到的 Rossby 孤立子的流函数解。如果取参数 $\bar{u} = 0.7, F = 1.0, Ly = 5.0, n = 2, \varphi_0 = 55°\mathrm{N}$ 和 $M_0 = 0.9$,在 55°N 地区无高阶项和有高阶项时包络 Rossby 孤立子(波数为 2)的流场如图 3.1 所示。

从图 3.1 中可以发现在没有考虑高阶项时,包络 Rossby 孤立子的偶极子结构大约维持 6 天左右。然而当考虑高阶项作用后,包络 Rossby 孤立子的偶极子结构的持续时间能高达 9 天。因此高阶项有利于偶极子结构的维持。尽管它不能解释大气中偶极子阻塞 10~20 天的时间尺度,然而一旦考虑地形和天气尺度波的强迫,偶极子结构的持续时间将位于 10~20 天的范围内。详细情况见第 5~7 章的讨论。

3.4 包络 Rossby 孤立子的 Liapunov 稳定性

现在,我们来讨论由方程(3.14)式所描述的包络 Rossby 孤立子的稳定性。对于 KdV 方程,Benjamin(1972)和 Bona(1975)已经研究过孤立子的稳定性,而对于包络孤立子的稳定性问题研究则不多。Laedke 和 Spatschek(1978,1980)用 Liapunov 直接方法讨论了 NLS 方程孤立子的稳定性。然而目前还未见有讨论包络 Rossby 孤立子稳定性方面的工作。由于方程(3.14)式是可积的(Kodama,1985;Hasegawa 和 Kodama,1995),因此从方程(3.14)式可得 Hamilton 密度为

$$H = -\frac{1}{2}(|q|^4 - |q_\zeta|^2) - \frac{\varepsilon\gamma_1}{2}[\mathrm{i}(q_{\zeta\zeta}q_\zeta^* - q_\zeta q_{\zeta\zeta}^*) + 3\mathrm{i}\,|q|^2(q_\zeta q^* - qq_\zeta^*)] \tag{3.18}$$

在这种情况下,方程(3.14)式可以写成 Hamilton 形式

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}T} = -\mathrm{i}\frac{\delta H}{\delta q^*} \tag{3.19}$$

其中 q^* 是 q 的复共轭。

由于 $\int_{-\infty}^{\infty}|q|^2\mathrm{d}\zeta$ 是一个守恒量,因此可得一个积分不变泛函为

$$\mathrm{L}(q,q^*) = -\eta\int_{-\infty}^{\infty}|q|^2\mathrm{d}\zeta - \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}(|q|^4 - |q_\zeta|^2)\mathrm{d}\zeta - \frac{\varepsilon\gamma_1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}[\mathrm{i}(q_{\zeta\zeta}q_\zeta^* - q_\zeta q_{\zeta\zeta}^*) + 3\mathrm{i}\,|q|^2(q_\zeta q^* - qq_\zeta^*)]\mathrm{d}\zeta \tag{3.20}$$

其中 η 是 Lagrange 乘数,且 $q_\zeta = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}\zeta}$。

如果方程(3.14)式有(3.15)形式的包络孤立子解 q_s,那么对于扰动的孤立子解 $q_s + \delta q$(q

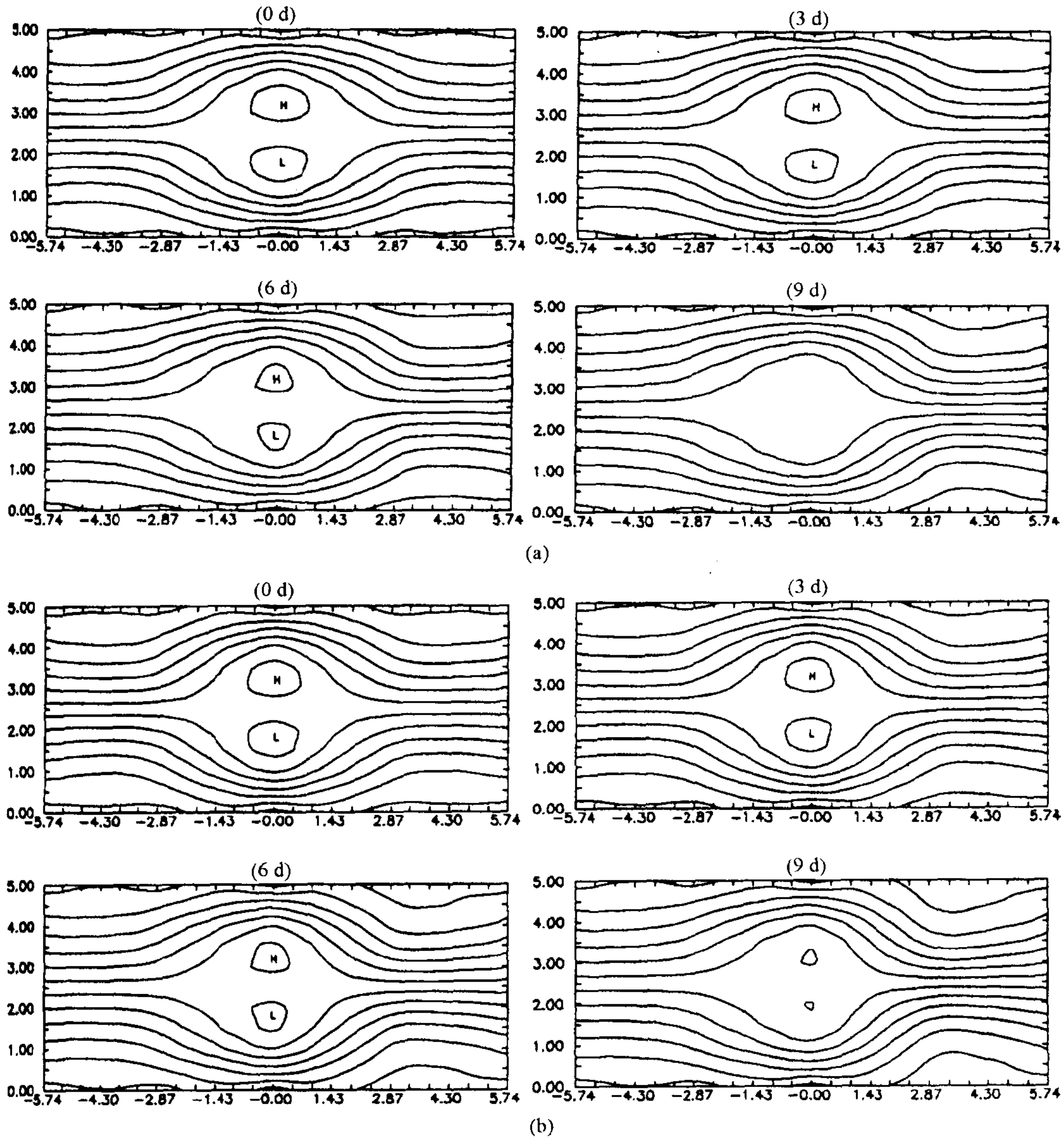


图 3.1 波数为 2 的包络 Rossby 孤立子在 55°N 地区的流场($M_0=0.9,\bar{u}=0.7$。等值线间距为 0.3)
(a)无高阶项时的流场; (b)有高阶项时的流场

$=q_s+\delta q$),我们可以构造一个积分不变的泛函

$$I=\mathrm{L}(q_s+\delta q,q_s^*+\delta q^*)-\mathrm{L}(q_s,q_s^*) \tag{3.21}$$

当 $\gamma_1=0$ 时,(3.21)式变为 Laedke 和 Spatschek(1978)所建立的 Liapunov 泛函。Arnol'd 稳定性理论证明对于任意扰动,当不变量 I 具有定号时(为正号和负号),基本态(这里为包络孤立子 q_s)是稳定的(Andrews,1984;McIntyre 和 Shepherd,1987;Carnevale 和 Shepherd,1990;Shepherd,1990)。对于包络孤立子解 q_s,如果取 $\eta=-q_0^2/2$,那么 I 的第一阶变分消失。在这种情况下 I 具有第二阶或高阶变化。有趣的是 Laedke 和 Spatschek(1980),Mesentsev 和 Turitsyn(1992)以及 Hasegawa 和 Kodama(1995)发现当泛函 I 满足下面条件时:①$I(q_s,q_s^*)=0$,包络孤立子解 q_s 会使泛函 I 取一个极小值;②$I(q_s+\delta q,q_s^*+\delta q^*)>0$,$I$ 是扰动 $q_s+\delta q$

的一个非负泛函；③ $\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} \leqslant 0$，$I$ 是时间 T 的一个非递增函数，那么在 Liapunov 意义下包络孤立子 q_s 是稳定的。

由于在(3.20)式中 $L(q,q^*)$ 是一个不变的泛函，因此很容易证明

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}T} = 0, \qquad T \geqslant 0 \tag{3.22}$$

在另一方面，对于包络孤立子解 q_s，由于 $I(q_s, q_s^*) = 0$ 自动满足，因此当 $I(q_s + \delta q, q_s^* + \delta q^*) > 0$ 时，包络 Rossby 孤立子在 Liapunov 意义下是稳定的（Arnol'd，1965；McIntyre 和 Shepherd，1987）。

利用(3.20)式，(3.12)式可以写为

$$\begin{aligned} I = & \frac{q_0^2}{2}\int_{-\infty}^{\infty} |\delta q|^2 \mathrm{d}\zeta - \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}[4|q_s|^2|\delta q|^2 + (q_s^*)^2(\delta q)^2 + q_s^2(\delta q^*)^2 - |\delta q_\zeta|^2]\mathrm{d}\zeta - \\ & \frac{\varepsilon\gamma_1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\{\mathrm{i}(\delta q_{\zeta\zeta}\delta q_\zeta^* - \delta q_\zeta \delta q_{\zeta\zeta}^*) + 3\mathrm{i}[2(q_{s\zeta}q_s^* - q_s q_{s\zeta}^*)|\delta q|^2 + (q_s^*)^2\delta q \delta q_\zeta + \\ & q_s q_{s\zeta}(\delta q^*)^2 + 2|q_s|^2\delta q_\zeta \delta q^* - q_s^* q_{s\zeta}^*(\delta q)^2 - 2|q_s|^2\delta q \delta q_\zeta^* - q_s^2 \delta q^* \delta q_\zeta^*\}\mathrm{d}\zeta \end{aligned} \tag{3.23}$$

为了获得包络 Rossby 孤立子的 Liapunov 稳定性判据，我们必须对(3.23)式进行简化。在这里，将(3.15)式改写为 $q_s = G\exp(\mathrm{i}\Theta)$，其中 $G = q_0 \mathrm{sech}[q_0(\zeta + \varepsilon\gamma_1 q_0^2 T)]$ 且 $\Theta = q_0^2 T/2$。再假定扰动 δq 满足 $\delta q_\zeta = \mathrm{i}\kappa\delta q$ 和 $\delta q_{\zeta\zeta} + \kappa^2 \delta q = 0$（McIntyre 和 Shepherd，1987），其中 κ 是正值，那么(3.23)式可以改写为

$$I = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}(a,b)\begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ B_1 & B_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}\mathrm{d}\zeta \tag{3.24}$$

其中 $\delta q = a + \mathrm{i}b$，$A_1 = q_0^2 - 4G^2 + \kappa^2 + 12\varepsilon\gamma_1\kappa G^2 + 2G^2(6\varepsilon\gamma_1\kappa - 1)\cos 2\Theta$，

$$A_2 = B_1 = -2G^2(1 - 6\varepsilon\gamma_1\kappa)\sin 2\Theta$$

且 $B_2 = q_0^2 - 4G^2 + \kappa^2 + 12\varepsilon\gamma_1\kappa G^2 - 2G^2(6\varepsilon\gamma_1\kappa - 1)\cos 2\Theta$。

I 的正定性意味着它的 2×2 矩阵必须有正的特征值（Laedke 和 Spatschek，1980；Abarbanel，Holm，Marsden 和 Ratiu，1986；McIntyre 和 Shepherd，1987）。从(3.24)式可得 I 正定的必要条件是

$$B_2 = q_0^2 - 4G^2 + \kappa^2 + 12\varepsilon\gamma_1\kappa G^2 - 2G^2(6\varepsilon\gamma_1\kappa - 1)\cos 2\Theta > 0 \tag{3.25}$$

$$A_1 B_2 - A_2 B_1 = (q_0^2 - 4G^2 + \kappa^2 + 12\varepsilon\gamma_1\kappa G^2)^2 - 4G^4(6\varepsilon\gamma_1\kappa - 1)^2 > 0 \tag{3.26}$$

在(3.25)式中由于有 $\cos 2\Theta \geqslant -1$，因此当考虑到 κ 和 γ_1 是正值时，上面的两个条件可以合并成一个条件。在这种情况下，由(3.25)和(3.26)式可得

$$q_0^2 - 2G^2 + \kappa^2 + 24\gamma_1\varepsilon\kappa G^2 > 0 \tag{3.27}$$

当 $\gamma_1 = 0$ 时，(3.27)变为 $q_0^2 - 2G^2 + \kappa^2 > 0$。由于 $G \leqslant \max(G)$ 且 $\max(G) = q_0$，于是有 $-q_0^2 + \kappa^2 > 0$。在这种情况下，没有高阶项时包络 Rossby 孤立子的稳定判据为 $\kappa > q_0$。这意味着当扰动的水平尺度小于某一个值时，包络 Rossby 孤立子是稳定的。尽管 q_0 是包络 Rossby 孤立子的振幅，然而我们认为这个数相当于 McWilliams(1980)所获得的 modons 偶极子结构的波数。这是因为 q_0 越大时，偶极子结构的尺度越小。在另一方面，我们发现由于在宽广的参数范围内有 $\gamma_1 > 0$，因此高阶项有利于包络 Rossby 孤立子稳定。这说明当考虑高阶项作用时，包络 Rossby 孤立子越稳定。在下一小节我们将讨论高阶项对 Rossby 波调制不稳定的影响。

3.5　均匀 Rossby 波列的调制不稳定

在这一节，我们讨论高阶项对调制 Rossby 波不稳定的影响。对于均匀波列，方程(3.11)式的精确解为

$$A = A_0\exp[\mathrm{i}\delta A_0^2 T] \tag{3.28}$$

其中 A_0 是均匀 Rossby 波的实振幅且为常数。

假定存在有叠加在均匀波列 A_0 上的调制扰动，于是方程(3.11)式的平面波解可以设为

$$A = [A_0 + \varphi(\xi,T)]\exp[\mathrm{i}\delta A_0^2 T] \tag{3.29}$$

其中 $\varphi(\xi,T)$ 表示均匀波列的调制。

将(3.29)代入方程(3.11)式，我们可以得到 $\varphi(\xi,T)$ 的线性化方程

$$\mathrm{i}\frac{\partial\varphi}{\partial T} + \lambda\frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi^2} + \delta A_0^2(\varphi+\varphi^*) = \mathrm{i}\Big\{\varepsilon\Big[\gamma_1\frac{\partial^3\varphi}{\partial\xi^3} + \gamma_2 A_0^2(2\varphi_\xi+\varphi_\xi^*) + \gamma_3 A_0^2(\varphi_\xi+\varphi_\xi^*) + \gamma_4\delta A_0^2\frac{\partial\varphi}{\partial\xi} + \mathrm{i}\gamma_5\varphi_{\xi T}\Big] + \varepsilon^2\Big[\mathrm{i}\gamma_6\delta A_0^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi^2} + \gamma_6\frac{\partial^3\varphi}{\partial\xi^2\partial T} + \mathrm{i}\gamma_7 A_0^2(\varphi_{\xi\xi}+\varphi_{\xi\xi}^*) - \mathrm{i}\gamma_8 A_0^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi^2}\Big]\Big\} \tag{3.30}$$

其中 $\gamma_1 = \dfrac{\bar{u}-Cg}{k^2+m^2+F}$，$\gamma_2 = \dfrac{\delta}{k}+R$，$\gamma_3 = -R$，$\gamma_4 = -\dfrac{2k}{k^2+m^2+F}$，$\gamma_5 = \dfrac{2k}{k^2+m^2+F}$，$\gamma_6 = \dfrac{1}{k^2+m^2+F}$，$\gamma_7 = \dfrac{R}{2k}$ 且 $\gamma_8 = \dfrac{3R}{2k}$。

如果将 $\varphi(\xi,T)$ 分成实部和虚部

$$\varphi = u + \mathrm{i}\rho \tag{3.31}$$

那么由方程(3.30)式可得 u 和 ρ 的方程为

$$u_T + \lambda\rho_{\xi\xi} = \varepsilon[\gamma_1 u_{\xi\xi\xi} + (3\gamma_2+2\gamma_3+\gamma_4\delta)A_0^2 u_\xi - \gamma_5\rho_{T\xi}] + \varepsilon^2[(\gamma_8-\gamma_6\delta)A_0^2\rho_{\xi\xi} + \gamma_6 u_{\xi\xi T}] \tag{3.32}$$

$$\rho_T - \lambda u_{\xi\xi} - 2\delta A_0^2 u = \varepsilon[\gamma_1\rho_{\xi\xi\xi} + (\gamma_2+\gamma_4\delta)A_0^2\rho_\xi + \gamma_5 u_{\xi T}] + \varepsilon^2[(\gamma_6\delta+\gamma_7-\gamma_8)A_0^2 u_{\xi\xi} + \gamma_6\rho_{\xi\xi T}] \tag{3.33}$$

对于周期调制，我们取它们的解为

$$u = u_0\cos(K\xi - \Omega T) \tag{3.34}$$

$$\rho = \rho_0\sin(K\xi - \Omega T) \tag{3.35}$$

其中 u_0 和 ρ_0 是常数。

将(3.34)和(3.35)式代入方程(3.32)和(3.33)式可得

$$\Omega^2[(1+\varepsilon^2K^2\gamma_6)^2 - \varepsilon^2K^2\gamma_5^2] - \Omega[\varepsilon(P_1+P_2)(1+\varepsilon^2K^2\gamma_6) - (P_3+P_4)\varepsilon K\gamma_5] + \varepsilon^2P_1P_2 - P_3P_4 = 0 \tag{3.36}$$

其中 $P_1 = \gamma_1K^3 - (3\gamma_2+2\gamma_3+\gamma_4\delta)A_0^2K$，$P_2 = \gamma_1K^3 - (\gamma_2+\gamma_4\delta)A_0^2K$，$P_3 = \lambda K^2 + \varepsilon^2[-(\gamma_8-\gamma_6\delta)A_0^2K^2]$ 且 $P_4 = \lambda K^2 - 2\delta A_0^2 + \varepsilon^2(\gamma_6\delta+\gamma_7-\gamma_8)A_0^2K^2$.

如果定义 $M_0 = \varepsilon A_0$，$\varepsilon K = pk$ 和 $\Omega = W/\varepsilon^2$，那么方程(3.36)式可以写为

$$W^2 - WP + Q = 0 \tag{3.37}$$

其中 $P = \dfrac{I_1}{I_0}$，$Q = \dfrac{I_2}{I}$，$I = [1+(pk)^2\gamma_6]^2 - \gamma_5^2(pk)^2$，

$$I_1 = [2\gamma_1(pk)^3 - 2(2\gamma_2+\gamma_3+\gamma_4\delta)M_0^2pk][1+\gamma_6(pk)^2] -$$

$$\gamma_5 pk[2\lambda(pk)^2 - 2\delta M_0^2 + (2\gamma_6\delta - 2\gamma_8 + \gamma_7)M_0^2(pk)^2]$$

且 $I_2 = [\gamma_1(pk)^3 - (3\gamma_2 + 2\gamma_3 + \gamma_4\delta)M_0^2 pk][\gamma_1(pk)^3 - (\gamma_2 + \gamma_4\delta)M_0^2 pk] - [\lambda(pk)^2 - (\gamma_8 - \gamma_6\delta)M_0^2(pk)^2][\lambda(pk)^2 - 2\delta M_0^2 + (\delta\gamma_6 + \gamma_7 - \gamma_8)M_0^2(pk)^2]$。

由(3.37)式可得

$$W = \frac{P \pm \sqrt{P^2 - 4Q}}{2} \tag{3.38}$$

在(3.38)式中，当 $P^2 - 4Q < 0$ 时，均匀 Rossby 波列是不稳定的。这种不稳定就是所谓的 Benjamin-Feir 不稳定(Benjamin 和 Feir，1963)或叫调制不稳定。对于大气中的 Rossby 波，这种调制不稳定最先由 Plumb(1977)，随后由 Yamagata(1980)以及罗德海和纪立人(1989)进一步证实。从(3.38)式不难发现当省略高阶项 $\gamma_i(i=1,\cdots,8)$ 后，(3.38)式变为 Yamagata (1980)所获得的不稳定表达式。另一方面，从(3.38)式可以发现调制不稳定的不稳定区域由于高阶项 $\gamma_i(i=1,\cdots,8)$ 的作用而发生改变。为了讨论高阶项对调制不稳定的不稳定区域的影响，当 $P^2 - 4Q < 0$ 时我们定义 $\mathrm{Im}W = 100\sqrt{4Q - p^2}$。又因 $\pm pk(\epsilon K = pk)$ 是叠加在均匀波列上边带扰动的波数，因此不妨把 p 看成是变量。不失一般性可取参数 $F = 1.0, Ly = 5.0$, $k = 2/[6.371\cos(\varphi_0)]$ 和 $M_0 = 0.3$。当取 $\bar{u} = 0.0, 0.75, 1.0$ 和 1.25 时，在 60°N 地区($\varphi_0 = 60°N$) 调制 Rossby 波列的不稳定增长率 ImW 如图 3.2 所示。

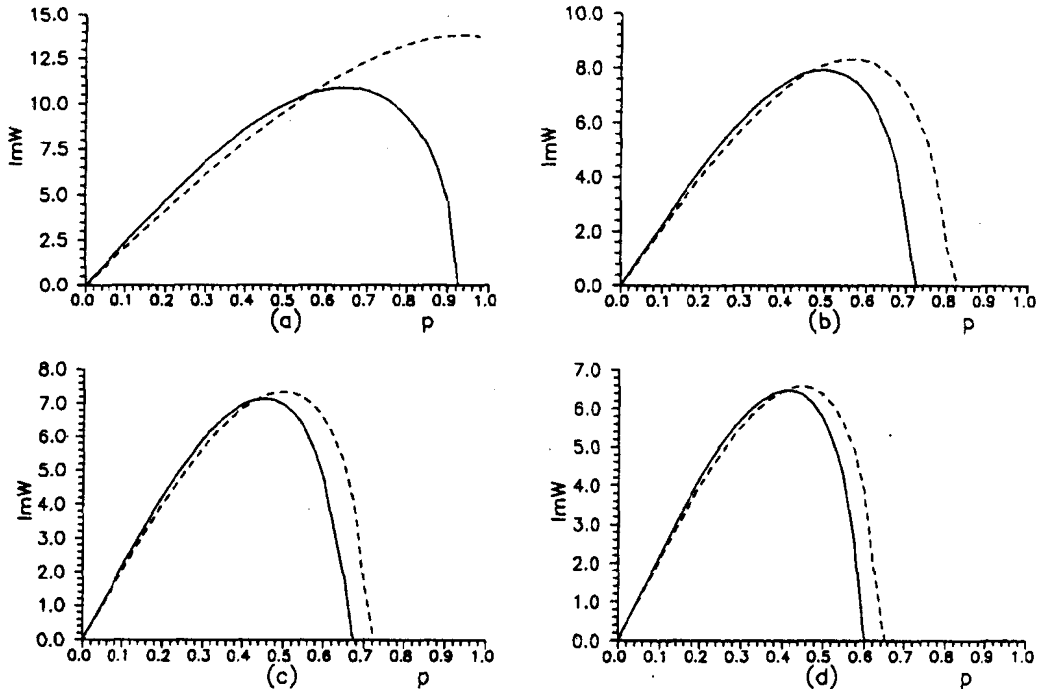


图 3.2 在 60°N 地区调制 Rossby 波列的不稳定增长率 ImW 随 p 的变化：(a)$\bar{u}=0.0$；(b)$\bar{u}=0.75$；(c)$\bar{u}=1.0$；(d)$\bar{u}=1.25$。其中实线表示方程(3.11)式的情况，而虚线表示标准的 NLS 方程的情况

从图 3.2 中可以看出在 60°N 地区，在 $\bar{u} = 0.0$ 的情况下，在区域 $0 < p < 0.56$ 内有高阶项 γ_i 时调制 Rossby 波的不稳定增长率比没有高阶项作用时的增长率要大。而在区域 $p > 0.56$ 内则相反。由于 NLS 方程的获得一般要求 $p < 0.5$，因此高阶项 γ_i 可以认为是有利于调制 Rossby 波的不稳定。对于 $\bar{u} = 0.75$ (有量纲量为 7.5m/s)，没有高阶项时调制不稳定 p 的

区域对应 $0 < p < 0.825$，而有高阶项时的不稳定区域对应 $0 < p < 0.725$。同时，在区域 $0 < p < 0.44$ 内，有高阶项时不稳定增长率 $\mathrm{Im}W$ 要大一些。对于 $\bar{u} = 1.0$，没有高阶项时调制不稳定 p 的区域对应 $0 < p < 0.725$，而有高阶项时的不稳定区域则对应 $0 < p < 0.667$。在区域 $0 < p < 0.42$ 内，有高阶项时不稳定增长率 $\mathrm{Im}W$ 仍比无高阶项时不稳定增长率要大。对于 $\bar{u} = 1.25$，无高阶项时的不稳定产生在 $0 < p < 0.645$ 的区域，而有高阶项时的不稳定产生在 $0 < p < 0.6$ 的区域。当均匀西风进一步增大时，基本流对调制不稳定的影响减弱。特别是当 $F = 0$ 时基本流并不影响调制不稳定的增长率。

图3.3给出了在与图3.2相同的条件下当 $\bar{u} = 0.0$ 和 0.75 时在55°N地区调制不稳定的增长率 $\mathrm{Im}W$。可以发现在55°N地区调制不稳定 p 的区域比在60°N地区的不稳定区域要窄，而且两者之间不稳定区域趋于一致。这个特点也是容易理解的。这是因为在高纬度地区大尺度波(特别是行星尺度波)的非线性行为更为重要。在这种情况下，在高纬度地区高阶项更要考虑。因此我们推断这里所得到的高阶NLS方程比Benney(1979)，Yamagata(1980)以及罗德海和纪立人(1989)等人所得到的NLS方程更适于高纬度地区的非线性Rossby波。在第5～7章中，我们将研究考虑高阶项 $O(\varepsilon)$ 时强迫的正压包络Rossby孤立子的行为。

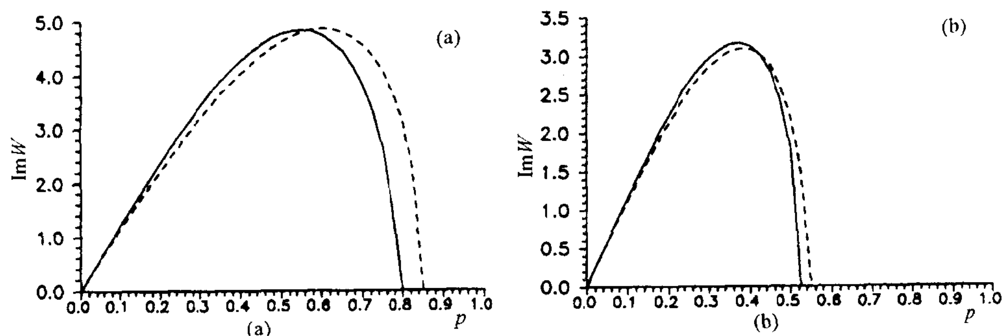


图3.3　在55°N地区调制Rossby波列的不稳定增长率 $\mathrm{Im}W$ 随 p 的变化

(a) $\bar{u} = 0.0$　(b) $\bar{u} = 0.75$

3.6　小结

在这一章，一个新的摄动法被提出来获得了非线性Rossby波所满足的包含 $O(\varepsilon)$ 和 $O(\varepsilon^2)$ 等项的高阶非线性Schrödinger方程。这个方程是以前人们所得到的NLS方程的推广。基于这个方程，在考虑高阶项 $O(\varepsilon)$ 的情况下，我们获得了高阶NLS方程的近似的包络孤立子解，并讨论包络孤立子的Liapunov稳定性，指出高阶项有利于包络Rossby孤立子的维持和稳定。同时我们讨论了高阶项对Rossby波调制不稳定的影响，指出纬度越高，影响越大。而在较低纬度地区高阶项的作用影响不是很大。特别是在60°N以北的地区，应该进一步考虑高阶项 $O(\varepsilon^2)$ 的作用，而在60°N以南的地区，仅考虑高阶项 $O(\varepsilon)$ 的作用就足够了。因此在第5～7章中我们仅用带有高阶项 $O(\varepsilon)$ 的高阶非线性Schrödinger方程来研究包络Rossby孤立子与天气尺度波和双波地形的相互作用。

4 斜压大气中包络 Rossby 孤立子的结构及其特征

本章首先导出了两层模式中非线性 Rossby 波所满足的非线性 Schrödinger 方程，然后研究了上下两层包络 Rossby 孤立子的结构和特征。讨论了上下两层基流垂直切变对上下两层包络 Rossby 孤立子偶极子结构的影响，比较了上下层偶极子结构的差别。

4.1 引　言

在第 2 章和第 3 章中，基于 Benney(1979)和 Yamagata(1980)的工作以及作者的最新成果，介绍了正压大气中包络 Rossby 孤立子的结构和特征，并讨论了有高阶项作用时包络 Rossby 孤立子的结构和它的 Liapunov 稳定性。由于大气本身是斜压的，因此研究基流的垂直切变对包络 Rossby 孤立子的影响具有很重要的意义。观测事实表明大气中的偶极子阻塞具有弱的斜压结构，亦即低层偶极子阻塞结构的强度比上层的要强(McWilliams，1980)。很显然，基流的垂直切变也许对偶极子阻塞的垂直结构有影响。作为一个例子，本章研究了两层模式中包络 Rossby 孤立子的结构和特征。

4.2 两层斜压模式

观测事实表明大气中的偶极子阻塞具有相当正压的结构，低层阻塞结构的强度较强，到了上层就变得较弱了。尽管如此，上下层结构几乎是同位相的(McWilliams，1980)，见图 4.1。因此应该用两层斜压模式来研究包络 Rossby 孤立子的结构。

在不考虑外强迫作用下，无量纲的两层流体的位势涡度方程可以写为(Pedlosky，1979)

$$\frac{\partial}{\partial t}[\nabla^2\Psi_1 - F(\Psi_1-\Psi_2)] + \mathrm{J}[\Psi_1, \nabla^2\Psi_1 - F(\Psi_1-\Psi_2)] + \beta\frac{\partial\Psi_1}{\partial x} = 0 \qquad (4.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}[\nabla^2\Psi_2 + F(\Psi_1-\Psi_2)] + \mathrm{J}[\Psi_2, \nabla^2\Psi_2 + F(\Psi_1-\Psi_2)] + \beta\frac{\partial\Psi_2}{\partial x} = 0 \qquad (4.2)$$

其中 $F=\frac{L^2}{R_0^2}$，$R_0=\frac{\sqrt{g'D}}{f_0}$，$\beta=\beta_0\frac{L^2}{U}$，$g'$ 是约化的重力加速度，D 是每层流体的厚度且所取特征尺度与相当正压模式相同；Ψ_1 是上层流体的流函数，Ψ_2 是下层流体的流函数。其边界条件为

$$\left.\frac{\partial\Psi_n}{\partial x}\right|_{y=0} = \left.\frac{\partial\Psi_n}{\partial x}\right|_{y=Ly} = 0,\quad \left.\frac{\partial^2\overline{\Psi}_n(y,t)}{\partial y\partial t}\right|_{y=0} = \left.\frac{\partial^2\overline{\Psi}_n(y,t)}{\partial y\partial t}\right|_{y=Ly} = 0 \quad (n=1,2) \qquad (4.3)$$

其中 Ly 是 β 通道的宽度，$\overline{\Psi}_n(y,t)$ 表示上下两层流函数的纬向平均。

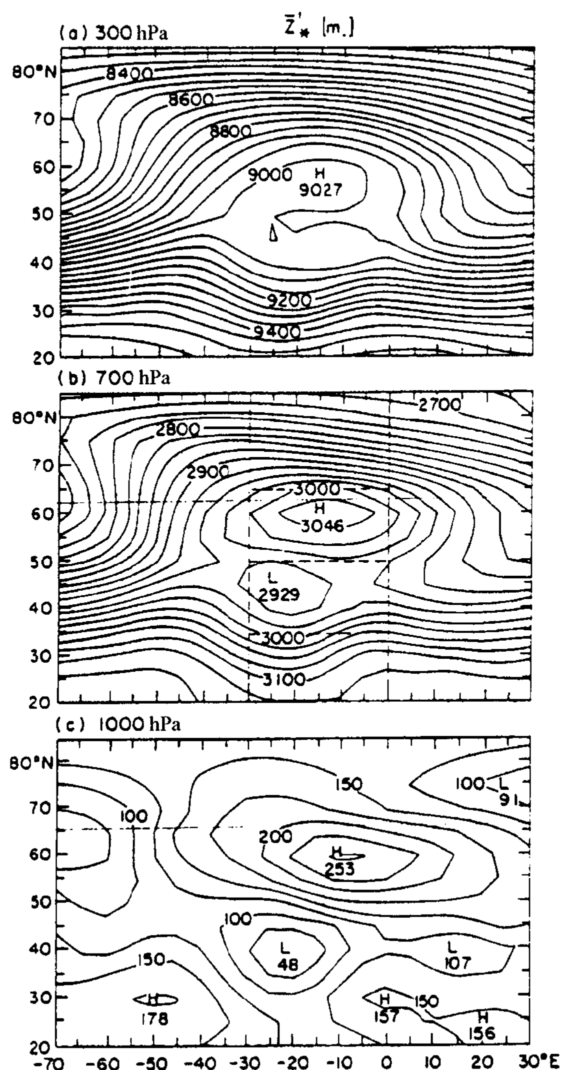


图 4.1 1963 年 1 月 1000hPa，700hPa 和 300hPa 的位势高度的月平均图

(a)和(b)的等值线间距为 25m；(c)的等值线间距为 50m(引自 McWilliams，1980)

4.3 斜压大气中的非线性 Schrödinger 方程

设方程(4.1)和(4.2)式的解为

$$\Psi_n = -\bar{u}_n y + \varphi_n \quad (n = 1, 2) \tag{4.4}$$

其中 $\bar{u}_n$ 是上下两层流体的平均西风且为常数。

将(4.4)式代入方程(4.1)和(4.2)式进行线性化并假定 φ_n 有波动解，这时可得产生不稳定的临界风速垂直切变为

$$\bar{u}_c = \frac{2\beta F}{K^2(4F^2 - K^4)^{\frac{1}{2}}} \quad (2F > K^2) \tag{4.5}$$

其中 $K^2 = k^2 + m^2$ 且 k 和 m 分别为斜压 Rossby 波的纬向和经向波数。

在(4.5)中，如果取参数 $(k,m)=[\frac{2}{6.371\cos(\varphi_0)},-\frac{2\pi}{5}]$ 和 $R_0=700\mathrm{km}$ (Vautard 等，1988a,b)，那么对于波数为 2 的线性斜压 Rossby 波，在 55°N 地区不稳定的临界切变为 $\bar{u}_c\approx 0.79$。然而当 $R_0=500\mathrm{km}$，其临界切变为 $\bar{u}_c\approx 0.72$。在这里我们假定 $\bar{u}_1-\bar{u}_2\ll\bar{u}_c$，以致于斜压波是稳定的。为了研究稳定的斜压波的非线性调制，我们引入慢变的空间和时间变量为

$$T_1=\varepsilon t,\quad T_2=\varepsilon^2 t,\quad X_1=\varepsilon x,\quad X_2=\varepsilon^2 x \tag{4.6}$$

假设方程(4.1)和(4.2)式的解(4.4)式可以展成下列级数

$$\varphi_n=\sum_{i=1}^{\infty}\varepsilon^i\Psi_{ni}(x,y,t,X_1,X_2,T_1,T_2) \tag{4.7}$$

将(4.6)和(4.7)式代入方程(4.1)和(4.2)式可得以下方程

$$\mathrm{L}(\Psi_{11},\Psi_{21})=(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial x})[\nabla^2\Psi_{11}-F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+[\beta+F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)]\frac{\partial\Psi_{11}}{\partial x}=0 \tag{4.8}$$

$$\mathrm{M}(\Psi_{21},\Psi_{11})=(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial x})[\nabla^2\Psi_{21}+F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+[\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)]\frac{\partial\Psi_{21}}{\partial x}=0 \tag{4.9}$$

$$\mathrm{L}(\Psi_{12},\Psi_{22})=-\{(\frac{\partial}{\partial T_1}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial X_1})[\nabla^2\Psi_{11}-F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+2(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_{11}}{\partial x\partial X_1}+ [\beta+F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)]\frac{\partial\Psi_{11}}{\partial X_1}+\mathrm{J}[\Psi_{11},\nabla^2\Psi_{11}-F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]\} \tag{4.10}$$

$$\mathrm{M}(\Psi_{22},\Psi_{12})=-\{(\frac{\partial}{\partial T_1}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial X_1})[\nabla^2\Psi_{21}+F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+2(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_{21}}{\partial x\partial X_1}+ [\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)]\frac{\partial\Psi_{21}}{\partial X_1}+\mathrm{J}[\Psi_{21},\nabla^2\Psi_{21}+F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]\} \tag{4.11}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{L}(\Psi_{13},\Psi_{23})=&-\{(\frac{\partial}{\partial T_2}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial X_2})[\nabla^2\Psi_{11}-F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+(\frac{\partial}{\partial T_1}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial X_1})[\nabla^2\Psi_{12}-\\&F(\Psi_{12}-\Psi_{22})]+2(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_{11}}{\partial x\partial X_2}+2(\frac{\partial}{\partial T_1}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial X_1})\frac{\partial^2\Psi_{11}}{\partial x\partial X_1}+2(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial x})\cdot\\&\frac{\partial^2\Psi_{12}}{\partial x\partial X_1}+(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_{11}}{\partial X_1^2}+[\beta+F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)](\frac{\partial\Psi_{11}}{\partial X_2}+\frac{\partial\Psi_{12}}{\partial X_1})+\mathrm{J}(\Psi_{11},2\frac{\partial^2\Psi_{11}}{\partial x\partial X_1})+\\&\frac{\partial\Psi_{11}}{\partial X_1}\frac{\partial}{\partial y}[\nabla^2\Psi_{11}-F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]-\frac{\partial\Psi_{11}}{\partial y}\frac{\partial}{\partial X_1}[\nabla^2\Psi_{11}-F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+\\&\mathrm{J}[\Psi_{12},\nabla^2\Psi_{11}-F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+\mathrm{J}[\Psi_{11},\nabla^2\Psi_{12}-F(\Psi_{12}-\Psi_{22})]\}\end{aligned} \tag{4.12}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{M}(\Psi_{13},\Psi_{23})=&-\{(\frac{\partial}{\partial T_2}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial X_2})[\nabla^2\Psi_{21}+F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+(\frac{\partial}{\partial T_1}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial X_1})[\nabla^2\Psi_{22}+\\&F(\Psi_{12}-\Psi_{22})]+2(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_{21}}{\partial x\partial X_2}+2(\frac{\partial}{\partial T_1}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial X_1})\frac{\partial^2\Psi_{21}}{\partial x\partial X_1}+2(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial x})\cdot\\&\frac{\partial^2\Psi_{22}}{\partial x\partial X_1}+(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_{21}}{\partial X_1^2}+[\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)](\frac{\partial\Psi_{21}}{\partial X_2}+\frac{\partial\Psi_{22}}{\partial X_1})+\mathrm{J}(\Psi_{21},2\frac{\partial^2\Psi_{21}}{\partial x\partial X_1})+\\&+\frac{\partial\Psi_{21}}{\partial X_1}\frac{\partial}{\partial y}[\nabla^2\Psi_{21}+F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]-\frac{\partial\Psi_{21}}{\partial y}\frac{\partial}{\partial X_1}[\nabla^2\Psi_{21}+F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+\\&\mathrm{J}[\Psi_{22},\nabla^2\Psi_{21}+F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+\mathrm{J}[\Psi_{21},\nabla^2\Psi_{22}+F(\Psi_{12}-\Psi_{22})]\}\end{aligned} \tag{4.13}$$

其边界条件为

$$\frac{\partial\Psi_n}{\partial x}\bigg|_{y=0,Ly}=0,\quad \frac{\partial^2\overline{\Psi}_{1n}}{\partial T_n\partial y}\bigg|_{y=0,Ly}=0,\quad \frac{\partial^2\overline{\Psi}_{2n}}{\partial T_n\partial y}\bigg|_{y=0,Ly}=0 \tag{4.14}$$

由于方程(4.8)和(4.9)式是线性方程，因此不妨设它们的解为线性 Rossby 波动解，但波的振幅是时间和空间缓变的。于是在这种情况下，可设方程(4.8)和(4.9)式的解为

$$\Psi_{11}=A(X_1,X_2,T_1,T_2)\sqrt{\frac{2}{Ly}}\exp[\mathrm{i}k(x-ct)]\sin(my)+cc \tag{4.15}$$

$$\Psi_{21}=\mu A(X_1,X_2,T_1,T_2)\sqrt{\frac{2}{Ly}}\exp[\mathrm{i}k(x-ct)]\sin(my)+cc \tag{4.16}$$

其中 $c=\frac{\bar{u}_1+\bar{u}_2}{2}-\frac{\beta(K^2+F)}{K^2(K^2+2F)}-\frac{[4\beta^2F^2-K^4(\bar{u}_1-\bar{u}_2)^2(4F^2-K^4)]^{\frac{1}{2}}}{2K^2(K^2+2F)}$，$K^2=k^2+m^2$，$\mu=\frac{K^2+F}{F}+\frac{\beta+F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)}{F(c-\bar{u}_1)}$，$k=2k_0$，并且 A 是慢变的复振幅。

在(4.15)和(4.16)式中，当上下两层基本气流 $\bar{u}_n$ 的垂直切变较弱时，行星尺度斜压波是稳定的，并且 $\mu>0$。在这情况下上下两层的流函数具有同位相的结构。然而当 $\mu<0$ 时，上下两层的流函数具有反位相的结构。由于观测到的偶极子阻塞通常具相当正压结构(McWilliams，1980)，我们仅考虑 $\mu>0$ 的情况(亦即上下两层基本气流的垂直切变较小)。

将(4.15) 和 (4.16) 代入方程(4.10)和 (4.11)式，消除长期项可得

$$\frac{\partial A}{\partial T_1}+Cg\frac{\partial A}{\partial X_1}=0 \tag{4.17}$$

并且方程(4.10)和 (4.11)式的解为

$$\Psi_{n2}=\overline{\Psi}_{n2}(y,t,T_1,T_2,X_1,X_2)\quad(n=1,2) \tag{4.18}$$

其中 $Cg=\frac{I_1}{I_0}$，$I_0=-(K^2+F)(\frac{1}{\bar{u}_1-c}+\frac{\mu^2}{\bar{u}_2-c})+F\mu(\frac{1}{\bar{u}_1-c}+\frac{1}{\bar{u}_2-c})$ 和 $I_1=-(K^2+F)(\frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_1-c}+\frac{\bar{u}_2\mu^2}{\bar{u}_2-c})+\mu F(\frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_1-c}+\frac{\bar{u}_2}{\bar{u}_2-c})-2k^2(1+\mu^2)+\frac{\beta+F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)}{\bar{u}_1-c}+\frac{\mu^2[\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)]}{\bar{u}_2-c}$.

将(4.15)，(4.16) 和(4.18)式代入方程(4.12)和(4.13)式，然后进行纬向平均，我们可得如下方程

$$(\frac{\partial}{\partial T_1}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial X_1})[\frac{\partial^2\overline{\Psi}_{12}}{\partial y^2}-F(\overline{\Psi}_{12}-\overline{\Psi}_{22})]+[\beta+F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)]\frac{\partial\overline{\Psi}_{12}}{\partial X_1}=-\frac{4k^2m}{Ly}\sin(2my)\frac{\partial|A|^2}{\partial X_1} \tag{4.19}$$

$$(\frac{\partial}{\partial T_1}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial X_1})[\frac{\partial^2\overline{\Psi}_{22}}{\partial y^2}+F(\overline{\Psi}_{12}-\overline{\Psi}_{22})]+[\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)]\frac{\partial\overline{\Psi}_{22}}{\partial X_1}=-\frac{4k^2m}{Ly}\mu^2\sin(2my)\frac{\partial|A|^2}{\partial X_1} \tag{4.20}$$

其中边界条件为

$$\frac{\partial^2\overline{\Psi}_{n2}}{\partial T_1\partial y}=0,\quad y=0,Ly\quad(n=1,2) \tag{4.21}$$

从方程(4.19)和(4.20)式很容易得到满足边界条件(4.21)式的解为

$$\overline{\Psi}_{12} = -|A|^2\sum_{n=1}^{\infty}q_{1n}g_n\cos(n+\frac{1}{2})my \tag{4.22}$$

$$\overline{\Psi}_{22} = -|A|^2\sum_{n=1}^{\infty}q_{2n}g_n\cos(n+\frac{1}{2})my \tag{4.23}$$

其中 $g_n = \dfrac{8}{m[4-(n+1/2)^2]Ly}$，$r_a = \beta + F(\bar{u}_1-\bar{u}_2) - (\bar{u}_1 - Cg)[(n+1/2)^2m^2+F]$，

$r_b = \beta - F(\bar{u}_1-\bar{u}_2) - (\bar{u}_2 - Cg)[(n+1/2)^2m^2+F]$，$q_{2n} = \dfrac{4k^2m\mu^2}{r_bLy} + \dfrac{F(\bar{u}_2-Cg)q_{1n}}{r_b}$，

且 $q_{1n} = \dfrac{4k^2m}{Ly}[1-\dfrac{\mu^2F(\bar{u}_1-Cg)}{r_b}]/[r_a - \dfrac{F^2(\bar{u}_1-Cg)(\bar{u}_2-Cg)}{r_b}]$。

将(4.15)，(4.16)，(4.22)和(4.23)式代入方程(4.12)和(4.13)式，消除长期项可以得到斜压波的波振幅 A 所满足的非线性 Schrödinger 方程为

$$\mathrm{i}(\frac{\partial A}{\partial T_2} + Cg\frac{\partial A}{\partial X_2}) + \lambda\frac{\partial^2 A}{\partial X_1^2} + \delta|A|^2A = 0 \tag{4.24}$$

其中 $\lambda = \dfrac{I_2}{I_0}$，$\delta = \dfrac{I_3}{I_0}$，$I_2 = -\dfrac{k[3\bar{u}_1-(2Cg+c)]}{\bar{u}_1-c} - \dfrac{k\mu[3\bar{u}_2-(2Cg+c]}{\bar{u}_2-c}$，

$$I_3 = -km[\frac{I_{31}}{\bar{u}_1-c} + \frac{\mu I_{32}}{\bar{u}_2-c}],I_{31} = \sum_{n=1}^{\infty}\{[k^2+m^2-\mu F-(n+1/2)^2m^2]q_{1n}+Fq_{2n}\}g_n^2$$

且 $I_{32} = \sum\limits_{n=1}^{\infty}[\{\mu[(k^2+m^2-(n+1/2)^2m^2]-F\}q_{2n}+F\mu q_{1n}]g_n^2$。

方程(4.24)式就是稳定的两层斜压波所满足的非线性 Schrödinger 方程。这个方程与方程(2.17)式在形式上完全相同。只是这两个方程的系数不同。在方程(4.24)式中，其系数依赖于基流的垂直切变，而方程(2.17)式却不存在这样的依赖关系。但不管怎么说，在 $\lambda\delta>0$ 的情况下，两个方程都有包络孤立子解。对于方程(4.24)式，其解的形式也与(2.19)式相同。

4.4 斜压包络 Rossby 孤立子的水平和垂直结构

如果能够确定方程(4.24)式的解，那么上下两层的流函数解很容易得到。在这里通过计算可以发现，在一个宽广的参数范围内，在 55°N 地区有 $\lambda>0$ 和 $\delta>0$。在这种情况下利用方程(4.24)式的解(2.19)式可以得到上下两层的流函数解分别为

$$\begin{aligned}\tilde{\Psi}_1 &\approx -\bar{u}_1y + \varepsilon A(X_1,X_2,T_1,T_2)\sqrt{\frac{2}{Ly}}\exp[\mathrm{i}k(x-ct)]\sin(my) = \\ &-\bar{u}_1y + 2\sqrt{\frac{2}{Ly}}\varepsilon A_0\mathrm{sech}(\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}A_0\xi)\sin(my)\cos[k(x-ct)+\frac{\delta}{2}A_0^2T]\end{aligned} \tag{4.25}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\Psi}_2 &\approx -\bar{u}_2y + \varepsilon\mu A(X_1,X_2,T_1,T_2)\sqrt{\frac{2}{Ly}}\exp[\mathrm{i}k(x-ct)]\sin(my) = \\ &-\bar{u}_2y + 2\mu\sqrt{\frac{2}{Ly}}\varepsilon A_0\mathrm{sech}(\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}A_0\xi)\sin(my)\cos[k(x-ct)+\frac{\delta}{2}A_0^2T]\end{aligned} \tag{4.26}$$

其中 $A_0 = B_0/\sqrt{\delta}$ 是 A 在$(X_n,T_n)=(0,0)(n=1,2)$的值。

定义 $M_0 = \varepsilon A(0,0)$，那么上下两层斜压包络 Rossby 孤立子的流函数 $\tilde{\Psi}_n(\tilde{\Psi}_n = -\bar{u}_ny + \Psi_{n1})$ 可表示为

$$\tilde{\Psi}_1 = -\bar{u}_1 y + 2\sqrt{\frac{2}{Ly}} M_0 \mathrm{sech}\left[\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}} M_0 (x - Cgt)\right] \sin(my) \cos[k(x - C_A t)] \quad (4.27)$$

$$\tilde{\Psi}_2 = -\bar{u}_2 y + 2\sqrt{\frac{2}{Ly}} M_0 \mu \mathrm{sech}\left[\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}} M_0 (x - Cgt)\right] \sin(my) \cos[k(x - C_A t)] \quad (4.28)$$

其中 M_0 是包络孤立子初始时刻的振幅，并且 $C_A = \frac{\omega}{k} - \frac{M_0^2 \delta}{2k}$。

在这里取参数 $R_0 = 700\text{km}$，$Ly = 5.0$ 和 $M_0 = 0.8$，那么当 $\bar{u}_1 = 0.75$ 和 $\bar{u}_2 = 0.7$ 时，在

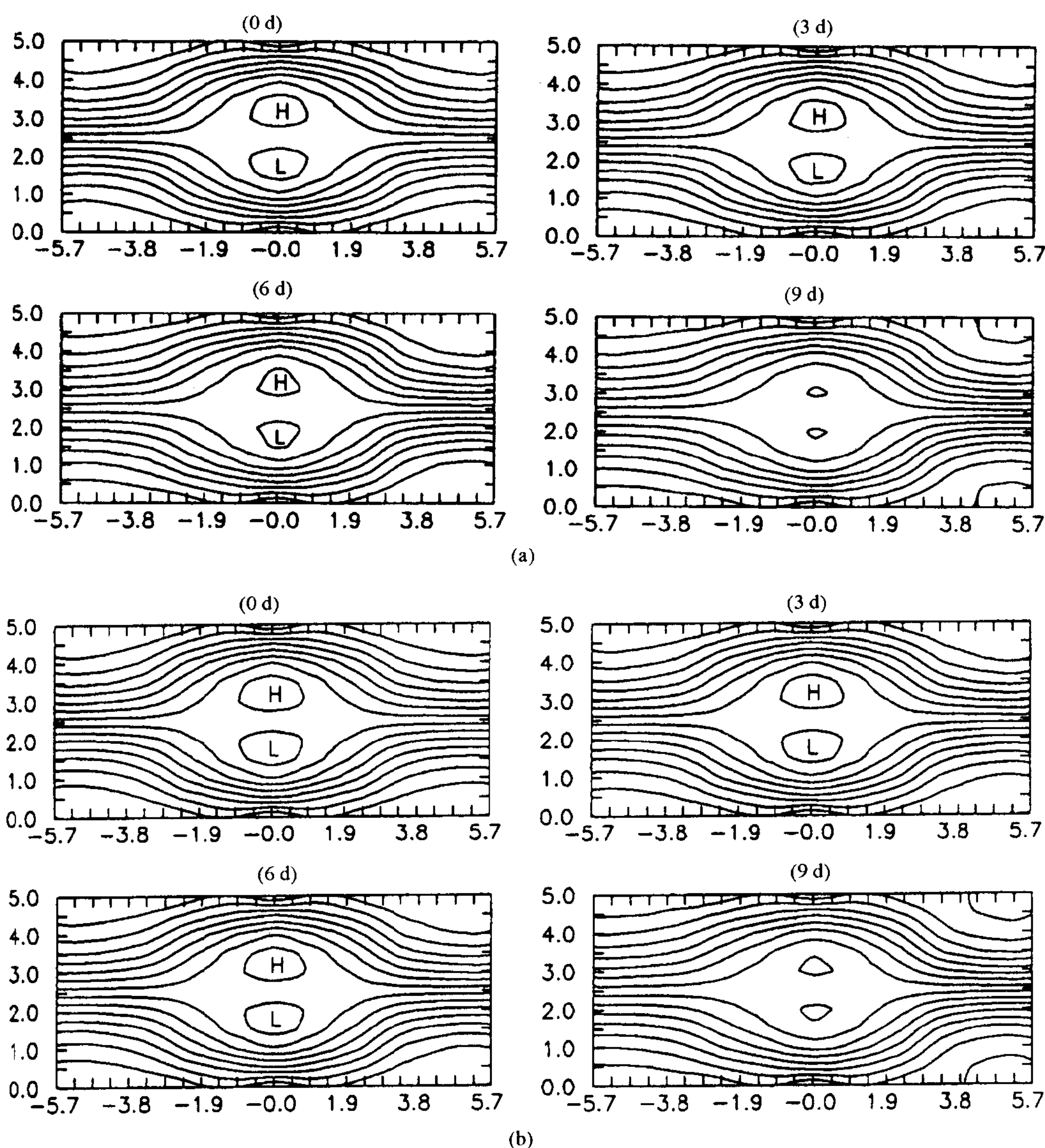


图 4.2 在 55°N 地区波数为 2 的上下两层包络 Rossby 孤立子的流函数场 $\tilde{\Psi}_n$($\bar{u}_1 = 0.75$，$\bar{u}_2 = 0.7$)

(a)上层流函数，等值线间距为 0.25；(b)下层流函数，等值线间距为 0.233

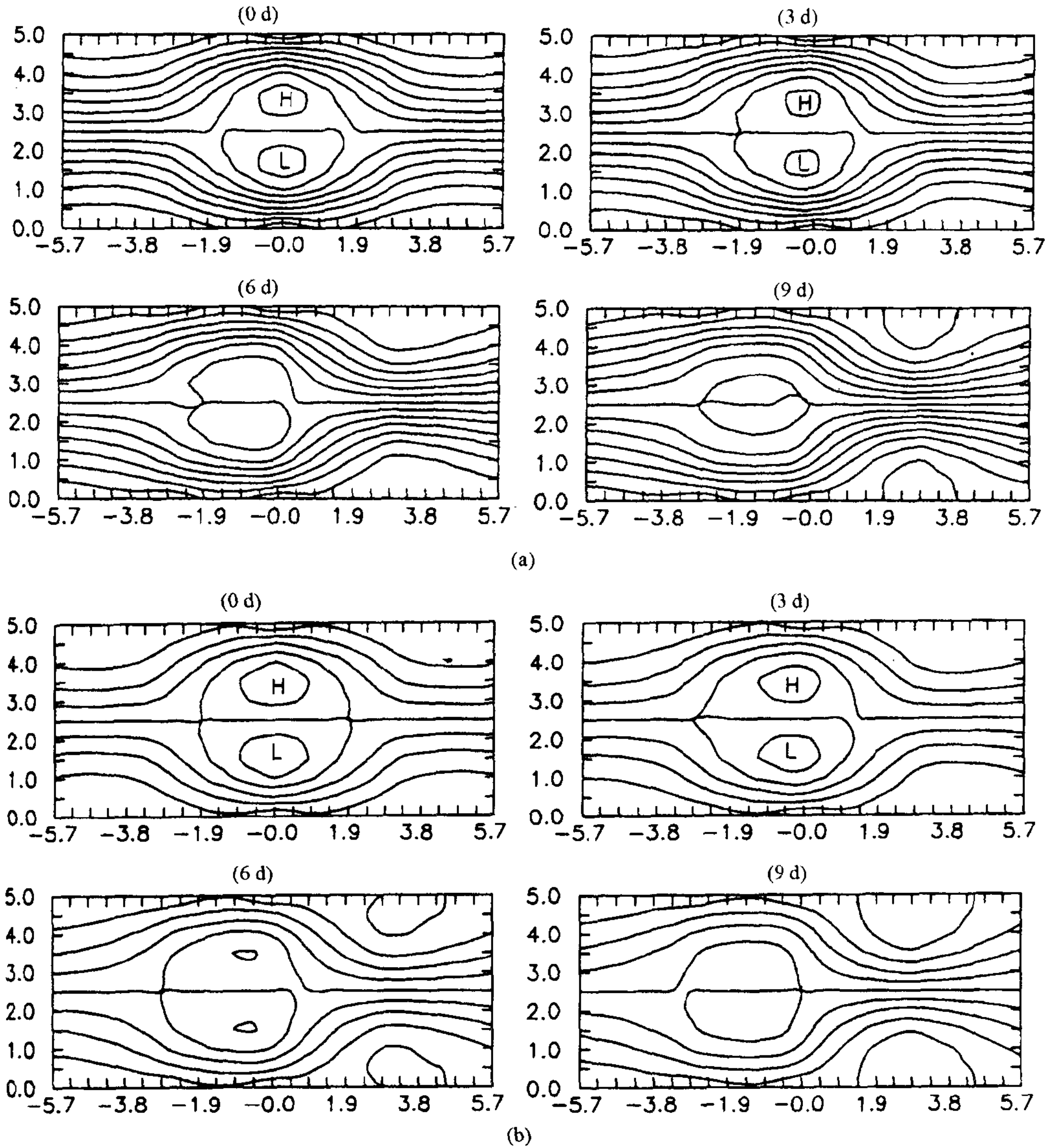


图 4.3　在 55°N 地区波数为 2 的上下两层包络 Rossby 孤立子的流函数场 $\tilde{\Psi}_n$ ($\bar{u}_1 = 0.7, \bar{u}_2 = 0.4$)
(a)上层流函数，等值线间距为 0.25；(b)下层流函数，等值线间距为 0.25

55°N 地区上下两层波数为 2 的包络 Rossby 孤立子的瞬时流函数场 $\tilde{\Psi}_n$ 如图 4.2 和图 4.3 所示。

从图 4.2 中可以看出，在初始时刻上下两层包络 Rossby 孤立子都具有南低北高的偶极子结构。这种结构在形状上与 McWilliams (1980)所得到的相当正压 modons 解以及 Malguzzi 和 Malanotte-Rizzoli (1984)所得到 KdV 型 Rossby 孤立子解类似。然而不同的是包络 Rossby 孤立子是频散的，而 modons 解和 KdV 型 Rossby 孤立子是非频散波。正如以后所指出的那样，通过天气尺度波的强迫，包络 Rossby 孤立子可以从频散变成弱频散甚至非频散。在另一方面，我们发现低层的偶极子结构维持的时间似乎要长一些而且强度也较强。McWilliams (1980)注意到 1000hPa 或 700hPa 上的偶极子阻塞总是比 300hPa 上的偶极子阻塞的强度要

强。因此偶极子阻塞弱的斜压性反映了上下两层基流切变的影响。对于 $\bar{u}_1 = 0.75$，$\bar{u}_2 = 0.7$ 和 $M_0 = 0.8$，上下两层包络 Rossby 孤立子的偶极子结构都能够维持 9 天以上，而且具有相当正压的结构。对于 $\bar{u}_1 = 0.7$，$\bar{u}_2 = 0.4$ 和 $M_0 = 0.9$，我们从图 4.3 中可以发现低层偶极子结构仍比上层的偶极子结构要强，而且他们都存在缓慢西移的现象。因此偶极子阻塞的西移可能是由上下两层基流较强的切变引起的。除此之外，我们还发现 $\bar{u}_1 = 0.7$，$\bar{u}_2 = 0.4$ 和 $M_0 = 0.9$ 时，上下两层包络 Rossby 孤立子的偶极子结构的持续时间比 $\bar{u}_1 = 0.75$，$\bar{u}_2 = 0.7$ 和 $M_0 = 0.8$ 时偶极子结构的持续时间要短，这反映了基流强的垂直切变并不有利于偶极子阻塞的维持。也就是说，要形成持续时间长的偶极子阻塞，必须要求上下两层基本气流的切变较弱，这从另一个方面反映了偶极子阻塞具有相当正压结构。然而正如第 9 章所指出的那样，当考虑大气低层大尺度地形强迫后，所产生的阻塞的斜压性变得更明显。

4.5 小结

在一个两层模式中，我们研究了斜压包络 Rossby 孤立子的结构和特点，结果发现上下两层都能产生偶极子结构，而且低层偶极子结构的强度比上层的要强。当上下层基流的垂直切变较强时，上下两层包络 Rossby 孤立子所产生的偶极子结构的持续时间比较短，而且都存在缓慢的西移，这说明基流强的垂直切变并不有利于偶极子阻塞的维持。因此要形成持续时间长的偶极子阻塞，必须要求上下两层基本气流的垂直切变较弱，这从另一个方面反映了偶极子阻塞具有相当正压结构。

5 正压包络 Rossby 孤立子与天气尺度波的相互作用和 Berggren 型偶极子阻塞的形成过程

在这一章中，提出了偶极子阻塞和天气尺度波相互作用的一个理论。首先将包络 Rossby 孤立子看成是偶极子阻塞，然后利用迭代摄动法导出了一个描述包络 Rossby 孤立子与天气尺度波之间相互作用的高阶非线性 Schrödinger 方程，借助于扰动的散射反演方法对这个方程进行了求解，并研究了阻塞和天气尺度波之间的相互作用。可以发现天气尺度波的强迫作用就是要使偶极子阻塞的振幅增大，并使它的群速和相速减小，从而使偶极子阻塞能够形成和维持，其大气流场结构与 Berggren 等(1949)所观测到的阻塞形成过程非常一致。

5.1 引言

在中高纬度大气中，阻塞形势的建立和维持往往与上游天气尺度扰动的强发展有关。Green(1977)首先注意到天气尺度波对阻塞形成的作用，他发现天气尺度波所引起的动量转换能够维持阻塞。随后 Hansen 和 Chen(1982)，Illari 和 Marshall(1983)，Shutts(1983)，Mullen (1987)，Holopainen 和 Fortelius(1987)，Vautard 等(1988a，b)，以及我国的吴国雄和刘辉等人(1994，1995)的大量观测和诊断研究也证实这一点。尽管这些研究提供了一些关于天气尺度波维持阻塞的信息，然而阻塞是怎样与天气尺度波相互作用的以及天气尺波到底起什么作用？以前的理论研究并不能完全回答。例如 Pierrehunbert 和 Malguzzi(1984)，Malanotte－Rizzoli 和 Malguzzi(1987)，Haines 和 Marshall(1987)以及 Malguzzi(1993)等人的理论研究尽管能解释天气尺度波对偶极子阻塞的维持作用，然而他们的理论结果并不能描述偶极子阻塞对天气尺度波的反馈作用。特别是这些理论不能解释偶极子阻塞盛行期间天气尺度波的分支现象(Holopainen 和 Fortelius，1987)以及阻塞区的多涡结构(Berggren，1949)。为了解决这个问题，本章应用 Shutts(1983)曾使用过的相当正压模式建立了包络 Rossby 孤立子与天气尺度波之间的相互作用理论。这个理论不仅能解释偶极子阻塞的形成过程，维持时间，而且能解释偶极子阻塞所引起的天气尺度波的分支现象。

5.2 行星尺度波与天气尺度波相互作用的相当正压模式

首先我们仍使用相当正压模式(2.1)式并将方程中的流函数分成三部分，那么描述大尺度

波与天气尺度波相互作用的无量纲相当正压涡度方程可以写为(Shutts,1983;Metz,1986;Haines 和 Marshall,1987)

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)(\nabla^2\Psi-F\Psi)+\mathrm{J}(\Psi,\nabla^2\Psi)+(\beta+F\bar{u})\frac{\partial\Psi}{\partial x}=-\mathrm{J}(\Psi',\nabla^2\Psi')_p \quad (5.1)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)(\nabla^2\Psi'-F\Psi')+\mathrm{J}(\Psi',\nabla^2\Psi')_s+(\beta+F\bar{u})\frac{\partial\Psi'}{\partial x}=$$
$$-\mathrm{J}(\Psi',\nabla^2\Psi)-\mathrm{J}(\Psi,\nabla^2\Psi') \quad (5.2)$$

其中 $\Psi_T=-\bar{u}y+\Psi+\Psi'$ 为整个大气的流函数,它已经分解成基流,大尺度波和天气尺度波三部分。其中 Ψ 为大尺度波(这里考虑行星尺度波)的流函数,Ψ' 为天气尺度波的流函数,$\bar{u}$ 是均匀西风的风速。由于由天气尺度波 Ψ' 所产生的涡动强迫项 $\mathrm{J}(\Psi',\nabla^2\Psi')$ 已经分解成行星尺度涡动强迫项 $\mathrm{J}(\Psi',\nabla^2\Psi')_p$ 和天气尺度涡动强迫项 $\mathrm{J}(\Psi',\nabla^2\Psi')_s$,因此 $\mathrm{J}(\Psi',\nabla^2\Psi')_p$ 应放在方程(5.1)式中,而 $\mathrm{J}(\Psi',\nabla^2\Psi')_s$ 应放在方程(5.2)式中。另外 $\mathrm{J}(\Psi',\nabla^2\Psi)+\mathrm{J}(\Psi,\nabla^2\Psi')$ 为天气尺度项,因此放在天气尺度方程(5.2)中。方程(5.1)与方程(5.2)式相加即可变为 Ψ_T 的相当正压涡度方程。方程(5.1)和(5.2)式的边界条件与(2.2)式相同,而天气尺度波也存在类似的边界条件。

在方程(5.1)式中,当天气尺度波 Ψ' 产生的大尺度强迫 $\mathrm{J}(\Psi',\nabla^2\Psi')_p$ 不为零时,$\mathrm{J}(\Psi',\nabla^2\Psi')_p$ 的强迫将改变大尺度波 Ψ 的流场结构。而大尺度波 Ψ 对天气尺度波 Ψ' 的反馈 $\mathrm{J}(\Psi',\nabla^2\Psi)+\mathrm{J}(\Psi,\nabla^2\Psi')$ 反过来又影响天气尺度波(Ψ')的本身。这个过程可以近似地描述大尺度波与天气尺度波的相互作用。Holopainen 和 Fortelius (1987)的观测研究表明,大尺度(行星尺度)波的振幅比天气尺度波的振幅要大一些,如果将 Ψ 和 Ψ' 分别表示成 $\Psi=\varepsilon\Psi_0+\varepsilon^2\Psi_1+\cdots$ 和 $\Psi'=\varepsilon^{\frac{3}{2}}\Psi'_0+\varepsilon^{\frac{5}{2}}\Psi'_1+\cdots$,那么从方程(5.2)式可得

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)(\nabla^2\Psi'_0-F\Psi'_0)+(\beta+F\bar{u})\frac{\partial\Psi'_0}{\partial x}=0 \quad (5.3)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)(\nabla^2\Psi'_1-F\Psi'_1)+(\beta+F\bar{u})\frac{\partial\Psi'_1}{\partial x}=-\mathrm{J}(\Psi'_0,\nabla^2\Psi_0)-\mathrm{J}(\Psi_0,\nabla^2\Psi'_0) \quad (5.4)$$

其中 Ψ'_0 和 Ψ'_1 分别表示天气尺度波的第一阶和第二阶近似。Ψ'_0 满足线性的 Rossby 波方程(5.3)式,而 Ψ'_1 的解只能从方程(5.4)式中得到。如果给定 Ψ'_0 的解并使得 $\mathrm{J}(\Psi'_0,\nabla^2\Psi'_0)_p$ 不为零,那么在这种情况下 $\mathrm{J}(\Psi'_0,\nabla^2\Psi'_0)_p$ 的强迫将使得大尺波 Ψ_0 的振幅 $A(\xi,T)$ 发生变化而产生缓慢的调制,同时大尺度波 Ψ_0 与天气尺度波 Ψ'_0 的相互作用可以产生天气尺度波的第二阶修正 Ψ'_1。然而当大尺度波 Ψ_0 不存在时,Ψ'_1 消失。因此 Ψ'_1 可以用来表征大尺度波 Ψ_0 对天气尺波 Ψ' 的反馈。如果给定天气尺度波的第一阶近似 Ψ'_0,那么在 $\mathrm{J}(\Psi'_0,\nabla^2\Psi'_0)_p$ 的强迫作用下,大尺度波 Ψ_0 的振幅 $A(\xi,T)$ 方程可以用摄动法从方程(5.1)式中得到。由于天气尺度波的第一阶近似 Ψ'_0 的缓慢变化对天气尺度波的第二阶修正 Ψ'_1 影响不大,因此可以认为方程(5.4)式是近似成立的。

5.3 天气尺度波的定义

在中高纬度地区,由于正压和斜压不稳定的发生,经常会产生一些尺度较小的扰动向东移动。这些扰动的生命期很短,一般来讲周期都在一周之内,而它的波数通常为 7 波以上。这种

扰动通常称为天气尺度波(Mullen,1987;Holopainen 和 Fortelius,1987)。Qin 和 Robinson (1992)认为天气尺度波可以考虑成尺度和周期较短的 Rossby 波。基于上面的描述,我们定义天气尺度波为周期都在一周以下、波数在 9 波以上的 Rossby 波。

5.4 天气尺度波强迫的高阶非线性 Schrödinger 方程的导出

为了获得考虑高阶项 $O(\epsilon)$ 时天气尺度波强迫的非线性 Schrödinger 方程,我们可引入慢变坐标(Yamagata,1980;Kodama 和 Hasegawa,1987;Hasegawa 和 Kodama,1995)

$$\xi = \epsilon(x - Cgt), T = \epsilon^2 t \tag{5.5}$$

其中 $0 < \epsilon \ll 1.0$。

由于天气尺度波在经向方向上通常具有半个波的结构(即 $\sin(-\pi/Ly)$ 的分布),而偶极子阻塞在经向方向上通常具有一个波(偶极子)的结构(即 $\sin(-2\pi/Ly)$ 的分布),因此方程(5.1)和(5.2)式的解可以假定为

$$\Psi = \epsilon\Psi_0 + \epsilon^2\Psi_1 = \epsilon\{A(\xi,T)\varphi_1(y)\exp[\mathrm{i}(kx - \omega t)] + \epsilon\Psi_1(x,y,t,\xi,T)\} + cc \tag{5.6}$$

$$\begin{aligned}\Psi' = \epsilon^{\frac{3}{2}}\Psi'_0 + \epsilon^{\frac{5}{2}}\Psi'_1 = \epsilon^{\frac{3}{2}}\{&f'_0\exp[\mathrm{i}(k_1x - \omega_1 t)]\sin(my) - \\ &f'_0\exp[\mathrm{i}(k_2x - \omega_2 t)]\sin(my) + \epsilon\Psi'_1\} + cc\end{aligned} \tag{5.7}$$

其中 $\varphi_1(y) = (\frac{2}{Ly})^{\frac{1}{2}}\sin(m_0y)$,$m_0 = 2m$,$m = -\frac{\pi}{Ly}$,$k = \frac{2}{6.371\cos(\varphi_0)}$ 是波数为 2 的行星尺度波的纬向波数,$k_1 = k_n - \Delta k$,$k_2 = k_n + \Delta k$,$k_n = \frac{n}{6.371\cos(\varphi_0)}$,$\omega = \bar{u}k - \frac{(\beta + F\bar{u})k}{k^2 + m_0{}^2 + F}$,$\omega_1 = \bar{u}k_1 - \frac{(\beta + F\bar{u})k_1}{k_1^2 + m^2 + F}$,$\omega_2 = \bar{u}k_2 - \frac{(\beta + F\bar{u})k_2}{k_2^2 + m^2 + F}$,$Cg = \bar{u} - \frac{(\beta + F\bar{u})(m_0^2 + F - k^2)}{(k^2 + m_0^2 + F)^2}$,$A(\xi,T)$ 是大尺度波 k 复的包络振幅,cc 表示它前项的共轭,f'_0 是实的空间慢变振幅。一般说来,当 $n \geqslant 9.0$ 时,波 k_1 和波 k_2 的周期属于天气尺度波的范围,可称为天气尺度波。为了保证 $\mathrm{J}(\Psi'_0, \nabla^2\Psi'_0)_p$ 不为零,我们取最简单的情况,即假定天气尺度波是由两个波 k_1 和 k_2 组成。

如果选择 $Ly = 5$(表示 β 通道的宽度为 5000km),$F = 1.0$(表示 Rossby 变形半径与运动的水平特征尺度相同,即为 1000km,这种作法见 McWilliams(1980)的文章),$n = 10$,$\Delta k = 0.75k_0(k_0 = k_n/n)$ 和 $\bar{u} = 0.7$,那么波 k_1 和 k_2 在 55°N 的周期分别为 6 天和 5 天。按照 Mullen (1987)以及 Holopainen 和 Fortelius (1987)关于天气尺度波(瞬变涡动)的定义,这两个波可以看成是天气尺度波(瞬变涡动)。

将(5.6)和(5.7)代入方程(5.1)式有

$$\begin{aligned}&\mathrm{L}(\Psi_1) + \epsilon[\frac{\partial}{\partial T}(\nabla^2\Psi_0 - F\Psi_0) + 2(\bar{u} - Cg)\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial x\partial\xi^2} + (\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial\xi^2} + (\beta + F\bar{u})\frac{\partial\Psi_1}{\partial\xi} + \\ &(\bar{u} - Cg)\frac{\partial}{\partial\xi}(\nabla^2\Psi_1 - F\Psi_1) + \mathrm{J}(\Psi_0, \nabla^2\Psi_1) + \mathrm{J}(\Psi_1, \nabla^2\Psi_0) + \mathrm{J}(\Psi_0, 2\frac{\partial^2\Psi_1}{\partial x\partial\xi}) + \\ &\frac{\partial\Psi_0}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\Psi_1 - \frac{\partial\Psi_0}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}\nabla^2\Psi_1] - \epsilon\mathrm{i}f'_0{}^2\frac{(k_2 + k_1)^2(k_2 - k_1)}{4}m_0\sin(m_0y)\exp\{\mathrm{i}[2\Delta kx - \\ &(\omega_2 - \omega_1)t]\} + \epsilon^2[(\bar{u} - Cg)\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial\xi^3} + 2\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial x\partial\xi\partial T} + \mathrm{J}(\Psi_0, \frac{\partial^2\Psi_0}{\partial\xi^2}) + 2(\frac{\partial\Psi_0}{\partial\xi}\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial x\partial\xi\partial y} - \frac{\partial\Psi_0}{\partial y}\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial x\partial\xi^2}) + \\ &\mathrm{J}(\Psi_0, 2\frac{\partial^2\Psi_1}{\partial x\partial\xi}) + \mathrm{J}(\Psi_1, 2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial\xi}) + \frac{\partial\Psi_0}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial\xi}\nabla^2\Psi_1 + \frac{\partial\Psi_1}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial\xi}\nabla^2\Psi_0 - \frac{\partial\Psi_0}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}\nabla^2\Psi_1 -\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial \xi}\frac{\partial}{\partial \xi}\nabla^2\Psi_0 + \mathrm{J}(\Psi_1, \nabla^2\Psi_1)] + O(\varepsilon^3) = 0 \tag{5.8}$$

其中 $\mathrm{L}(\ ) = (\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x})[\nabla^2(\ ) - F(\ )] + (\beta + F\bar{u})\frac{\partial(\ )}{\partial x}$ 是一个线性算子。

略掉方程(5.8)式中 $O(\varepsilon)$ 以上的项，可得 Ψ_1 的方程(它与(2.12)式一样)。与第2章相同，可以从方程(2.14)式中获得 Ψ_1 的解为(2.16)式，并且 Ψ'_1 的解为

$$\begin{aligned}\Psi'_1 =& -\frac{m}{2}Q_1\sqrt{\frac{2}{Ly}}Af'_0\exp\{\mathrm{i}[(k_n - \Delta k + k)x - (\omega_1 + \omega)t]\}[p_1\sin(\frac{3m}{2}y) + r_1\sin(\frac{m}{2}y)] \\ &+ \frac{m}{2}Q_2\sqrt{\frac{2}{Ly}}Af'_0\exp\{\mathrm{i}[(k_n + \Delta k + k)x - (\omega_2 + \omega)t]\}[p_2\sin(\frac{3m}{2}y) + r_2\sin(\frac{m}{2}y)] \\ &+ \frac{m}{2}Q_1\sqrt{\frac{2}{Ly}}A^*f'_0\exp\{\mathrm{i}[(k_n - \Delta k - k)x - (\omega_1 - \omega)t]\}[s_1\sin(\frac{3m}{2}y) + h_1\sin(\frac{m}{2}y)] \\ &- \frac{m}{2}Q_2\sqrt{\frac{2}{Ly}}A^*f'_0\exp\{\mathrm{i}[(k_n + \Delta k - k)x - (\omega_2 - \omega)t]\}[s_2\sin(\frac{3m}{2}y) + h_2\sin(\frac{m}{2}y)]\end{aligned} \tag{5.9}$$

其中
$$Q_j = k^2 + m_0^2 - [k_j^2 + m^2],$$

$$p_j = \frac{k - 2k_j}{(\beta + F\bar{u})(k_j + k) - [\bar{u}(k_j + k) - (\omega_j + \omega)][(k_j + k)^2 + (m_0 + m)^2]},$$

$$r_j = \frac{k + 2k_j}{(\beta + F\bar{u})(k_j + k) - [\bar{u}(k_j + k) - (\omega_j + \omega)][(k_j + k)^2 + (m_0 - m)^2]},$$

$$s_j = \frac{k + 2k_j}{(\beta + F\bar{u}) - [\bar{u}(k_j - k) - (\omega_j - \omega)][(k_j - k)^2 + (m_0 + m)^2]},$$

$$h_j = \frac{k - 2k_j}{(\beta + F\bar{u}) - [\bar{u}(k_j - k) - (\omega_j - \omega)][(k_j - k)^2 + (m_0 - m)^2]} \quad (j = 1, 2)$$

假定非线性方程(5.8)式的解为

$$\Psi_1 = \Psi_{11} + \varepsilon\Psi_2 = -|A|^2\sum_{n=1}^{\infty}q_n g_n\cos(n + \frac{1}{2})m_0 y + \varepsilon\Psi_2 \tag{5.10}$$

其中 Ψ_2 是待定的高阶小项。再将(5.10)代入方程(5.9)式可得 Ψ_2 的非线性方程为

$$\begin{aligned}&\mathrm{L}(\Psi_2) + \frac{\partial}{\partial T}(\nabla^2\Psi_0 - F\Psi_0) + 2(\bar{u} - Cg)\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial x\partial \xi^2} + (\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial \xi^2} + \mathrm{J}(\Psi_{11}, \nabla^2\Psi_0) + \\ &\mathrm{J}(\Psi_0, \nabla^2\Psi_{11}) + \mathrm{J}(\Psi_0, 2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial \xi}) + \frac{\partial \Psi_0}{\partial \xi}\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\Psi_0 - \frac{\partial \Psi_0}{\partial y}\frac{\partial}{\partial \xi}\nabla^2\Psi_0 + \\ &\mathrm{J}(\Psi_0, 2\frac{\partial^2\Psi_{11}}{\partial x\partial \xi}) + \mathrm{J}(\Psi_{11}, 2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial \xi}) + \frac{\partial \Psi_0}{\partial \xi}\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\Psi_{11} + \frac{\partial \Psi_{11}}{\partial \xi}\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\Psi_0 - \frac{\partial \Psi_0}{\partial y}\frac{\partial}{\partial \xi}\nabla^2\Psi_{11} + \\ &\varepsilon[(\bar{u} - Cg)\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial \xi^3} + 2\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial x\partial \xi\partial T} + \mathrm{J}(\Psi_0, \frac{\partial^2\Psi_0}{\partial \xi^2}) + 2(\frac{\partial \Psi_0}{\partial \xi}\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial x\partial \xi\partial y} - \frac{\partial \Psi_0}{\partial y}\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial x\partial \xi^2}) + \\ &\mathrm{J}(\Psi_0, 2\frac{\partial^2\Psi_{11}}{\partial x\partial \xi}) + \mathrm{J}(\Psi_{11}, 2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial \xi}) + \frac{\partial \Psi_0}{\partial \xi}\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\Psi_{11} + \frac{\partial \Psi_1}{\partial \xi}\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\Psi_0 - \\ &\frac{\partial \Psi_0}{\partial y}\frac{\partial}{\partial \xi}\nabla^2\Psi_{11} - \frac{\partial \Psi_{11}}{\partial y}\frac{\partial}{\partial \xi}\nabla^2\Psi_0] - \\ &\mathrm{i}f'^2_0\frac{(k_2 + k_1)^2(k_2 - k_1)}{4}m_0\sin(m_0 y)\exp\{\mathrm{i}[2\Delta kx - (\omega_2 - \omega_1)t]\} + O(\varepsilon^2) = 0\end{aligned} \tag{5.11}$$

将Ψ_0和Ψ_{11}的解代入方程(5.11)式，经过一系列的运算可得大尺度波k的振幅所满足的非线性方程为

$$\mathrm{i}\frac{\partial A}{\partial T}+\lambda\frac{\partial^2 A}{\partial\xi^2}+\delta|A|^2A+G(1+2\varepsilon k\Delta k)f'^2_0\exp[-\mathrm{i}(\Delta KX_0+\Omega T)]=$$

$$\mathrm{i}\varepsilon[R_1\frac{\partial^3 A}{\partial\xi^3}+R_2\frac{\partial(|A|^2A)}{\partial\xi}+R_3A\frac{\partial|A|^2}{\partial\xi}]-\mathrm{i}2\varepsilon kG\frac{\partial f'^2_0}{\partial\xi}\exp[-\mathrm{i}(\Delta KX_0+\Omega T)]+O(\varepsilon^2) \tag{5.12}$$

其中$G=-\dfrac{(k_2+k_1)^2(k_2-k_1)}{4(k^2+m_0^2+F)}m_0\sqrt{\dfrac{Ly}{2}}$，$\omega_2-\omega_1-\omega=\varepsilon^2\Omega$，$k-2\Delta k=\varepsilon\Delta K$，$X_0=\varepsilon x$，参数$\lambda$，$\delta$，$R_1$，$R_2$和$R_3$与方程(2.17)和(3.11)式中的值相同，不过其中的m用m_0来代替。

在方程(5.12)式中，当不考虑天气尺度波的强迫作用时($f'_0=0$)，它变为Dysthe(1979)，Hogan(1985)，Kodama和Hasegawa(1987)所获得的高阶非线性Schrödinger方程，并且R_1，R_2，R_3这些项被称为高阶频散项(Hasegawa和Kodama，1995)。当这些高阶频散项不考虑时，方程(5.12)式就变为Benney(1979)，Yamagata(1980)，罗德海和纪立人(1989，1990，1996，1997)所获得的非线性Rossby波所满足的非线性Schrödinger方程，因此方程(5.12)式是一个推广的非线性Schrödinger方程。很明显，由于天气尺度波的强迫被考虑后，方程(5.12)式中包含了强迫项，因而它的解析解不能被获得，但我们可以用目前广泛采用的扰动散射反演方法来求解方程(5.12)式(Karpman和Maslov，1977；Kaup和Newell，1978；Hasegawa和Kodama，1995；Okamawari，Hasegawa和Kodama，1995)。如果取$Ly=5$和$F=1.0$的话，不难证实，对于大尺度波，在宽广的大气参数范围内，有$\lambda>0$，$\delta>0$。在这种情况下，如果使用变换$\xi=(2\lambda)^{\frac{1}{2}}X$和$A=(\delta)^{-\frac{1}{2}}B$的话，那么方程(5.12)式可改写为

$$\mathrm{i}\frac{\partial B}{\partial T}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 B}{\partial X^2}+|B|^2B+G\delta^{\frac{1}{2}}(1+2\varepsilon k\Delta k)f'^2_0\exp[-\mathrm{i}(\Delta KX_0+\Omega T)]=$$

$$\mathrm{i}\varepsilon[\gamma_1\frac{\partial^3 B}{\partial X^3}+\gamma_2\frac{\partial(|B|^2B)}{\partial X}+\gamma_3B\frac{\partial|B|^2}{\partial X}]-2\mathrm{i}k\varepsilon G\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}\frac{\partial f'^2_0}{\partial X}\cdot$$

$$\exp[-\mathrm{i}(\Delta KX_0+\Omega T)]+O(\varepsilon^2) \tag{5.13}$$

其中$\gamma_1=(2\lambda)^{-\frac{3}{2}}R_1$，$\gamma_2=\delta^{-1}(2\lambda)^{-\frac{1}{2}}R_2$，$\gamma_3=\delta^{-1}(2\lambda)^{-\frac{1}{2}}R_3$。

在方程(5.13)式中，如果把天气尺度波的强迫和高阶频散项考虑成扰动的话，那么借助于扰动散射反演方法(Hasegawa和Kodama，1995)，我们可以获得方程(5.13)式孤立子解的演变方程。利用这些方程，可研究大尺度(主要为波数为2的行星尺度波)包络Rossby孤立子与天气尺度波的相互作用。

5.5 扰动散射反演方法

对于强迫的高阶NLS方程(5.13)式，除了用数值方法可求它的解外，我们还可以应用扰动散射反演方法来求得它的包络孤立子解。对于任何强迫耗散的NLS方程可以写成下列形式

$$\mathrm{i}\frac{\partial B}{\partial T}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 B}{\partial X^2}+|B|^2B=\mathrm{i}\varepsilon P(B,B^*) \tag{5.14}$$

其中$\varepsilon P(B,B^*)$表示扰动项。

如果扰动的影响是小的，并且方程(5.14)式的初始条件仅包含孤立子，在这种情况下，我

们可以用扰动的散射反演方法来解方程(5.14)式的初值问题(Hasegawa 和 Kodama 和 1995；Okamawari，Hasegawa 和 Kodama，1995)。

设方程(5.14)式有一个孤立子解并且为

$$B(X,T) = \eta(T)\mathrm{sech}\{\eta(T)[X - Z_0(T)]\}\exp\{-\mathrm{i}\kappa(T)[X - Z_0(T)] + \mathrm{i}\theta(T)\} \tag{5.15}$$

其中 $\eta(T)$，$\kappa(T)$，$Z_0(T)$ 和 $\theta(T)$ 分别是包络孤立子的振幅，波数，传播速度和位相，并被称为孤立子参数，它们都是时间的慢变函数。

通过一系列的推导，孤立子参数 $\eta(T)$，$\kappa(T)$，$Z_0(T)$ 和 $\theta(T)$ 的方程可以表示为(Okamawari，Hasegawa 和 Kodama，1995)

$$\frac{\mathrm{d}\eta}{\mathrm{d}T} = \varepsilon\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{Re}(P(B,B^*)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Phi})\mathrm{sech}X_1\mathrm{d}X_1 \tag{5.16}$$

$$\frac{\mathrm{d}\kappa}{\mathrm{d}T} = -\varepsilon\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{Im}(P(B,B^*)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Phi})\mathrm{sech}X_1\tanh X_1\mathrm{d}X_1 \tag{5.17}$$

$$\frac{\mathrm{d}Z_0}{\mathrm{d}T} = -\kappa(T) + \frac{\varepsilon}{\eta^2}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{Re}(P(B,B^*)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Phi})X_1\mathrm{sech}X_1\mathrm{d}X_1 \tag{5.18}$$

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}T} = -\frac{1}{2}(\kappa^2 - \eta^2) - \kappa\frac{\mathrm{d}Z_0}{\mathrm{d}T} + \frac{\varepsilon}{\eta}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{Im}(P(B,B^*)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Phi})\mathrm{sech}X_1(1 - X_1\tanh X_1)\mathrm{d}X_1 \tag{5.19}$$

其中 $X_1 = \eta[X - Z_0(T)]$ 和 $\Phi = -\kappa[X - Z_0(T)] + \theta(T)$ 。

将扰动项代入方程(5.16)至(5.19)式进行积分便可以获得孤立子参数解，从而可确定方程(5.14)式的解。这个方法就是所谓的扰动散射反演方法。用它来研究包络 Rossby 孤立子(如阻塞流)在天气尺度波强迫作用下的变形是很方便的。

5.6 在天气尺度波强迫作用下包络 Rossby 孤立子的放大行为

一般来说，当天气尺度波的振幅不是特别大时(即天气尺度波的振幅具有 $\varepsilon^{\frac{3}{2}}$ 的量级，而大尺度(主要为行星尺度)波的振幅具有 ε 的量级)，方程(5.13)式有包络孤立子解。在这种情况下，天气尺度波的作用仅仅影响包络 Rossby 孤立子的振幅、位相、波数和传播速度，而不会导致包络孤立子的破碎。如果天气尺度波的振幅太大的话，则本章所作的假设(5.6)和(5.7)式不能成立，这也与 Holopainen 和 Fortelius (1987)的观测事实(行星尺度波的振幅比天气尺度波的振幅要大)不一致。这不是此章所讨论的范围。

在中高纬度地区，观测事实表明阻塞形势的建立和维持通常与上游的天气尺度波的产生和发展有关(Berggren 等，1949；叶笃正等，1962)。由于天气尺度波(或瞬变涡动)主要集中在北大西洋和北太平洋(有时在乌拉尔山地区)上(Holopainen 和 Fortelius，1987)，因此可以预测两大洋上(或乌拉尔山地区)偶极子阻塞的建立和维持与上游的天气尺度波(瞬变涡动)的强迫有关。为此，我们可设天气尺度瞬变波是局地分布的，即可假定 f'_0 具有下列形式的分布：

$$f'_0 = a'_0\exp[-\mu(X_0 + \varepsilon x_0)^2] \tag{5.20}$$

其中 a'_0 是 f'_0 的振幅，x_0 表示天气尺度波的位置。当 $\mu > 0$ 时，表示天气尺度瞬变波是局地分布的。当 $x_0 > 0$ 时，天气尺度瞬变波位于所研究的包络 Rossby 孤立子的上游，而当 $x_0 < 0$，情况则相反。Holopainen 和 Fortelius(1987) 指出偶极子阻塞主要位于大西洋风暴路径的下游，

为此仅考虑 $\mu > 0$ 的情况。

假定方程(5.13)式有下列形式的包络孤立子解与(5.15)式相同,并将(5.20)式代入方程(5.16)至(5.19)式。如果定义 $\varepsilon\eta(\varepsilon^2 t) = \sqrt{\delta}M(t), Z(t) = Z_0(\varepsilon^2 t)\sqrt{2\lambda}/\varepsilon, \varepsilon\kappa(\varepsilon^2 t) = K(t)$ 和 $\theta(\varepsilon^2 t) = P(t)$,那么可得孤立子参数 $M(t), Z(t), K(t)$ 和 $P(t)$ 的方程如下

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t} = G\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}M\int_{-\infty}^{\infty} a_0^2\{[1 + 2k(k - 2\Delta k)]f_0(x')^2\sin\Theta - 2k\frac{\partial f_0^2}{\partial x'}\cos\Theta\}\mathrm{sech}\mathscr{R}\mathrm{d}x' \tag{5.21}$$

$$\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}t} = -\frac{\delta}{\sqrt{2\lambda}}M\int_{-\infty}^{\infty} a_0^2 G\{[1 + 2k(k - 2\Delta k)]f_0(x')^2\cos\Theta + 2k\frac{\partial f_0^2}{\partial x'}\sin\Theta\}\mathrm{sech}\mathscr{R}\tanh\mathscr{R}\mathrm{d}x' \tag{5.22}$$

$$\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}t} = -K\sqrt{2\lambda} + \sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}M\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}t} = -K\sqrt{2\lambda} + \sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}M\int_{-\infty}^{\infty} Ga_0^2\{[1 + 2k(k - 2\Delta k)]\cdot$$
$$f_0(x')^2\sin\Theta - 2k\frac{\partial f_0^2}{\partial x'}\cos\Theta\}x'\mathrm{sech}\mathscr{R}\mathrm{d}x' + M^2(\frac{\delta}{2\lambda}R_1 - R_2 - \frac{2}{3}R_3) + 3\frac{R_1}{2\lambda}K^2 \tag{5.23}$$

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{2}(K^2 - \delta M^2) - \frac{K}{\sqrt{2\lambda}}\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}t} + \sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}M\int_{-\infty}^{\infty} Ga_0^2\{[1 + 2k(k - 2\Delta k)]f_0(x')^2\cos\Theta +$$
$$2k\frac{\partial f_0^2}{\partial x'}\sin\Theta\}\mathrm{sech}\mathscr{R}(1 - \mathscr{R}\tanh\mathscr{R})\mathrm{d}x' + 2M^2\frac{K}{\sqrt{2\lambda}}(\frac{\delta}{2\lambda}R_1 + \frac{R_3}{3}) - \frac{2R_1}{(\sqrt{2\lambda})^3}K^3 \tag{5.24}$$

其中 $\Theta = (k - 2\Delta k)(x' + Cgt + Z + x_0) + (\omega_2 - \omega_1 - \omega)t - \frac{K}{\sqrt{2\lambda}}x' + P, \mathscr{R} = \sqrt{\delta/2\lambda}Mx'$,
$f_0(x') = \exp[-\mu\varepsilon^2(x' + Cgt + Z + x_0)^2], x' = x - Cgt - Z.$

当包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用时,包络 Rossby 孤立子的流函数 Ψ_c(基本场与包络 Rossby 孤立子的流函数 Ψ 之 和)很容易得到,并被表示为

$$\Psi_c = -\bar{u}y + \Psi \approx -\bar{u}y + \sqrt{2/Ly}M(t)\mathrm{sech}\{\sqrt{\delta/2\lambda}M(t)[x - Cgt - Z(t)]\}\times$$
$$\exp\{kx - \omega t - \frac{K(t)}{\sqrt{2\lambda}}[x - Cgt - Z(t)] + P(t)\}\sin(m_0 y) + \varepsilon^2\Psi_1 + cc \tag{5.25}$$

由于方程(5.21)至(5.24)式是一组非线性常微分方程,因此要得到它们的解析解几乎是不能的。但如果初始条件给定后,我们通过数值方法可以获得它们的数值解。在天气尺度波强迫作用下包络 Rossby 孤立子的振幅,群速度,相速和载波的波数都要发生明显的变化。从(5.25)式不难发现包络 Rossby 孤立子的相速变为 $Cpm = \frac{\omega}{k} - \frac{Cg}{k\sqrt{2\lambda}}(K + t\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}t}) - \frac{1}{k\sqrt{2\lambda}}(Z\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}t} + K\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}t}) - \frac{1}{k}\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t}$,载波的波数变为 $k - K/\sqrt{2\lambda}$,而它的群速度(即包络孤立子 $|A|$ 的传播速度)已变为 $Cgm = Cg + \mathrm{d}Z/\mathrm{d}t$。在这里,我们可使用四阶 Rung-Kutta 方法来求解方程(5.21)至(5.24)式,时间步长为 0.173。为了研究大尺度包络 Rossby 孤立子与天气尺度波的相互作用,作为一个例子,我们可选取 $a_0 = 0.17, \varepsilon = 0.34, \mu = 0.4, F = 1.0, Ly = 5.0, x_0 = 2.87$ 和 $\bar{u} = 0.7$。这时在 $x = 0.0$ 处大尺度包络 Rossby 孤立子几乎是不动的(它的频率为 0.0004),而天气尺度波则位于它上游 2.87(即 $\pi/2$)处,并迅速向东移动。不失一般性,如果我们取初始条件 $M(0) = 0.6$ 和 $K(0) = Z(0) = P(0) = 0.0$,那么我们可得在55°N 处大尺度包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用时包络 Rossby 孤立子参数 $M(t), Z(t), K(t)$,

$P(t)$,Cgm 和 Cpm 随时间变化的曲线如图 5.1 所示。

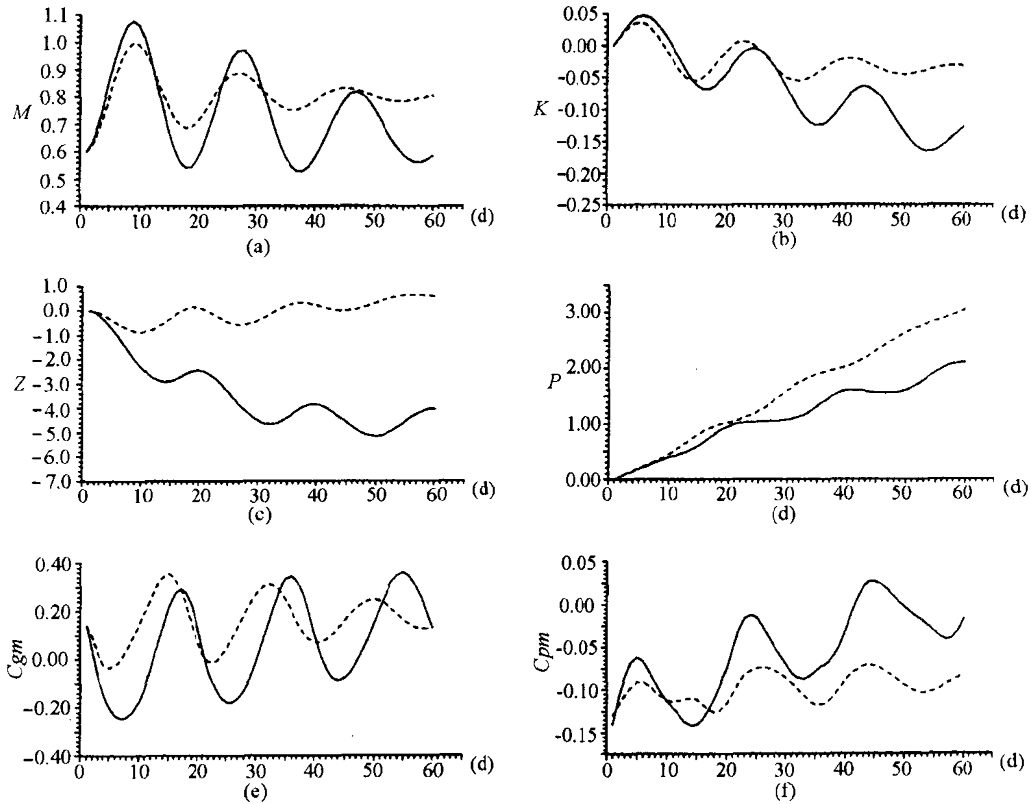


图 5.1 在 55°N 处大尺度包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用时包络 Rossby 孤立子参数 $M(t)$,$Z(t)$,$K(t)$,$P(t)$,Cgm 和 Cpm 的时间变化曲线(其中虚线表示不考虑方程(5.13)式中 $O(\varepsilon)$ 项的作用;实线表示考虑方程(5.13)式中 $O(\varepsilon)$ 项的作用)

图 5.1 中的虚线描述了不考虑高阶项作用情况下(即省略方程(5.13)式中 $O(\varepsilon)$ 项的作用)包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用时的振幅变化曲线。从这个曲线可以看出,当包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用时,它的振幅能够被放大并出现振幅衰减的振荡现象。在初始时刻,包络 Rossby 孤立子的振幅取的是 0.6,当它与上游的天气尺度波发生相互作用时,它的振幅便开始增加,并在第 8 天达到最大值 1.0,之后它的振幅开始减小,并在 17 天达到最小值 0.69。随后它的振幅又逐渐增加,并在第 26 天达到第二个最大值 0.89,之后它又要减小,并逐渐趋于一个定常态。图 5.1 中的实线则描述了有高阶项作用(即方程(5.13)式中 $O(\varepsilon)$ 项的作用)情况下包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用时的振幅变化曲线。很明显,当高阶项(即 $O(\varepsilon)$ 项)考虑后,包络 Rossby 孤立子的振幅通过与天气尺度波相互作用而逐渐放大,并从 0.6 增加到 1.08。在整个过程中,包络 Rossby 孤立子振幅的变化要剧烈一些,而且会产生很明显的周期振荡。图 5.1 也给出了波数 K(实际上包络 Rossby 孤立子的波数应为 $k - K/\sqrt{2\lambda}$)的变化曲线。很明显,在没有高阶项作用的情况下,在 8 天以前,有 $K>0$。这意味着在 8 天以前包络 Rossby 孤立子的波长通过与天气尺度波相互作用而略有变长。之后它开始减少,并始终保持 $K<0$。因此在 8 天以后,包络 Rossby 孤立子的波长略有变短。然而,当考虑高阶项的作用时,我们注意到在 10 天以前有 $K>0$,而以后有 $K<0$。这说明高阶项有利于天气尺度波对包络 Rossby 孤立子波长的拉长作用。从图 5.1 中 Z 的变化曲线(实

际上包络 Rossby 孤立子的群速度为 $Cg + dZ/dt$）可以发现，在不考虑高阶项作用时，Z 的变化是小的。然而当考虑高阶项作用时，Z 随着时间的减小是非常明显的，从图 5.1e 中可以看出，当天气尺度波强迫包络 Rossby 孤立子时，在大约 15 天以前包络 Rossby 孤立子的群速度是减小的。这说明高阶项的作用有利于包络 Rossby 孤立子的维持。图 5.1f 描述了包络 Rossby 孤立子相速的变化。很明显，当考虑高阶项作用时，包络 Rossby 孤立子相速的绝对值随时间的减小是相当明显的（6 天时的值），但当不考虑高阶项作用时，包络 Rossby 孤立子相速的绝对值随着时间也是减小的（不考虑方向），但并不比考虑高阶项作用时明显。因此在一定的条件下，上游的天气尺度波有利于下游包络 Rossby 孤立子振幅的放大，同时使它的群速和相速（绝对值）减小。如果取其他参数值，也可获得类似的特征。在另一方面，如果包络 Rossby 孤立子的初始振幅和天气尺度波的振幅取得太小的话，包络 Rossby 孤立子的放大就不显著，在这种情况下偶极子阻塞就很难形成（图略）。另一方面如果天气尺度波位于包络 Rossby 孤立子下游的话，可以发现天气尺度波并不有利于包络 Rossby 孤立子的放大（图略）。在下面的研究中，我们将注意到当包络 Rossby 孤立子放大时，天气尺度波也将发生变形。

5.7 强迫的高阶非线性 Schrödinger 方程的数值解

在上一节我们用扰动散射反演方法求解了强迫的高阶非线性 Schrödinger 方程，在这里我们进一步给出了它的数值解。为了研究天气尺度波的强迫对包络 Rossby 孤立子的影响，这里取 $a'_0 = 0.17/\varepsilon^{\frac{3}{2}}$，而其他参数与图 5.1 相同。设强迫高阶非线性 Schrödinger 方程的初始值为

$$B(X,0) = B_0\text{sech}(B_0X) \tag{5.26}$$

其中 B_0 是 $B(X,0)$ 在 $X = 0.0$ 处的值。

取初始振幅 $B_0 = 0.6\sqrt{\delta}/\varepsilon$，然后用 Taha 和 Ablowitz(1984) 所给出的差分方法对方程 (5.13) 式进行数值求解，并获得包络 Rossby 孤立子振幅 $M = |B(X,T)|$ 随时间的演变，如图 5.2 所示。

从图中可以看出通过天气尺度波的强迫，包络 Rossby 孤立子的振幅逐渐放大，并且在移动坐标 X 上有缓慢的西移。同时，我们注意到在 $T = 0.9$（或称第 9 天）时包络 Rossby 孤立子的振幅达到最大，随后又逐渐减小并在 $T = 1.5$（或第 15 天）时达到最小。之后包络 Rossby 孤立子的振幅又逐渐增大并形成一个振荡。可见数值结果与扰动散射反演方法所获得的结果是一致的。另外，我们还发现在包络 Rossby 孤立子振荡过程中，包络 Rossby 孤立子的波形还存在一个向西的弱频散过程。这个结果无法用扰动散射反演方法得到。然而由于它太弱，以致于在计算流场过程中很难观察到它所引起的变化。

5.8 包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用的流场结构和 Berggren 型阻塞的形成

正如图 5.1 所描述的那样，当包络 Rossby 孤立子与上游的天气尺度波发生相互作用时，包络 Rossby 孤立子将发生变形。而这种变形的包络 Rossby 孤立子反过来将导致天气尺度波发生变形。这种行为正是包络 Rossby 孤立子对天气尺度波的反馈作用。当包络 Rossby 孤立

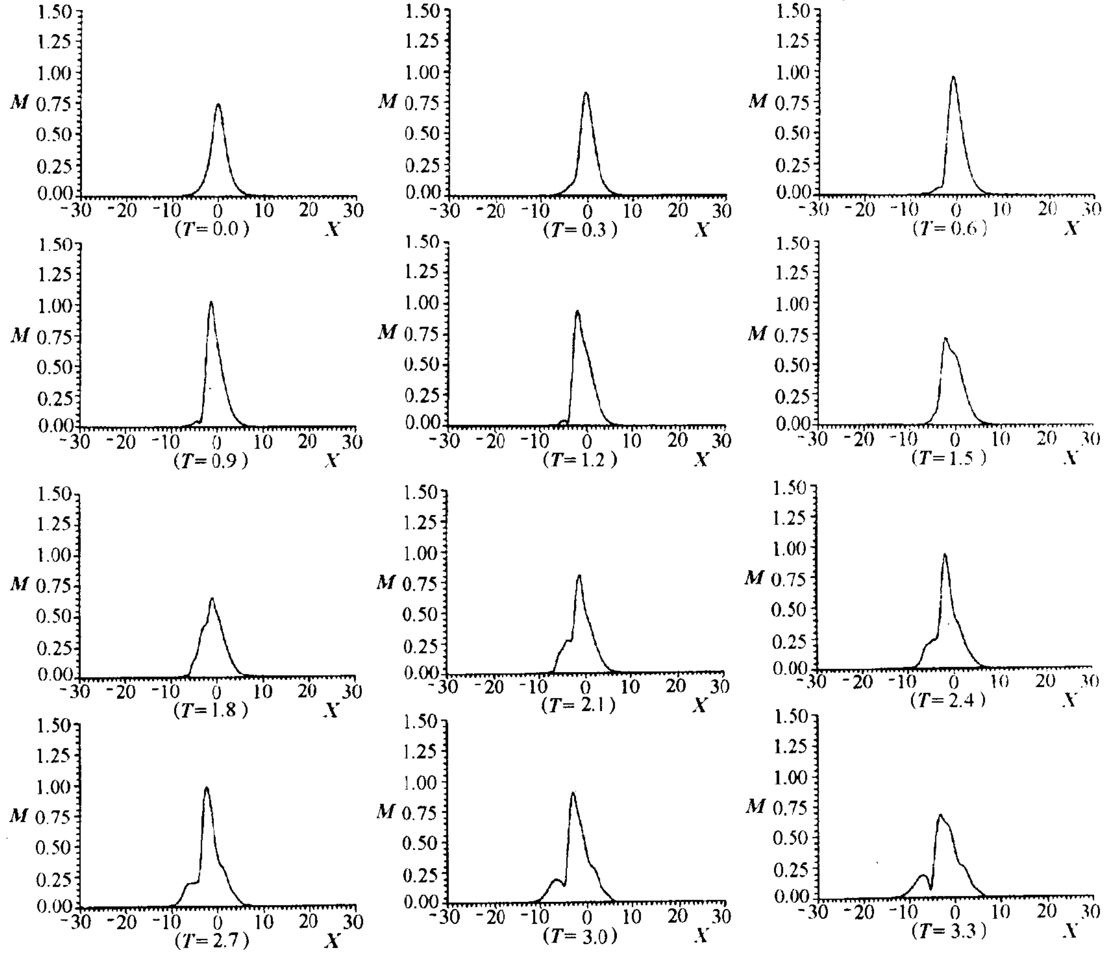


图 5.2 在天气尺度波的强迫作用下包络 Rossby 孤立子振幅 M 随时间的演变
(其他参数与图 5.1 相同)

子对天气尺度波的反馈作用被考虑后,变形的天气尺度波的流场 $\Psi' \approx \varepsilon^{\frac{3}{2}}\Psi'_0 + \varepsilon^{\frac{5}{2}}\Psi'_1$ (这里已变成快变量的函数)很容易被得到,并被表示为

$$\Psi' = 2a_0\exp[-\mu\varepsilon^2(x+x_0)^2][\cos(k_1x-\omega_1t)-\cos(k_2x-\omega_2t)]\sin(my) -$$

$$mQ_1\sqrt{2/Ly}a_0M(t)\exp[-\mu\varepsilon^2(x+x_0)^2]\mathrm{sech}\{\sqrt{\delta/2\lambda}M(t)[x-Cgt-Z(t)]\}\times$$

$$\cos\{(k_1+k)x-(\omega_1+\omega)t-\frac{K(t)}{\sqrt{2\lambda}}[x-Cgt-Z(t)]+P(t)\}\times$$

$$\{p_1\sin[(m_0+m)y]+r_1\sin[(m_0-m)y]\}+$$

$$mQ_2\sqrt{2/Ly}a_0M(t)\exp[-\mu\varepsilon^2(x+x_0)^2]\mathrm{sech}\{\sqrt{\delta/2\lambda}M(t)[x-Cgt-Z(t)]\}\times$$

$$\cos\{(k_2+k)x-(\omega_2+\omega)t-\frac{K(t)}{\sqrt{2\lambda}}[x-Cgt-Z(t)]+P(t)\}\times$$

$$\{p_2\sin[(m_0+m)y]+r_2\sin[(m_0-m)y]\}+$$

$$mQ_1\sqrt{2/Ly}a_0M(t)\exp[-\mu\varepsilon^2(x+x_0)^2]\mathrm{sech}\{\sqrt{\delta/2\lambda}M(t)[x-Cgt-Z(t)]\}\times$$

$$\cos\{(k_1-k)x-(\omega_1-\omega)t+\frac{K(t)}{\sqrt{2\lambda}}[x-Cgt-Z(t)]-P(t)\}\{s_1\sin[(m_0+m)y]+$$
$$h_1\sin[(m_0-m)y]\}-$$
$$mQ_2\sqrt{2/Ly}a_0M(t)\exp[-\mu\varepsilon^2(x+x_0)^2]\mathrm{sech}\{\sqrt{\delta/2\lambda}M(t)[x-Cgt-Z(t)]\}\times$$
$$\cos\{(k_2-k)x-(\omega_2-\omega)t+\frac{K(t)}{\sqrt{2\lambda}}[x-Cgt-Z(t)]-P(t)\}\{s_2\sin[(m_0+m)y]+$$
$$h_2\sin[(m_0-m)y]\} \tag{5.27}$$

从(5.27)式可以看出大尺度包络 Rossby 孤立子对天气尺度波存在反馈作用。当包络 Rossby 孤立子发生变形时,天气尺度波也将发生变形。为了更清楚地了解大尺度包络 Rossby 孤立子与天气尺度波的相互作用,在这里我们给出了在考虑高阶项作用的情况下大尺度包络 Rossby 孤立子(Ψ_e)与天气尺度波相互作用时的流场(Ψ')。图 5.3 和图 5.4 分别描述了在考虑高阶项作用的情况下包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用时的流场。

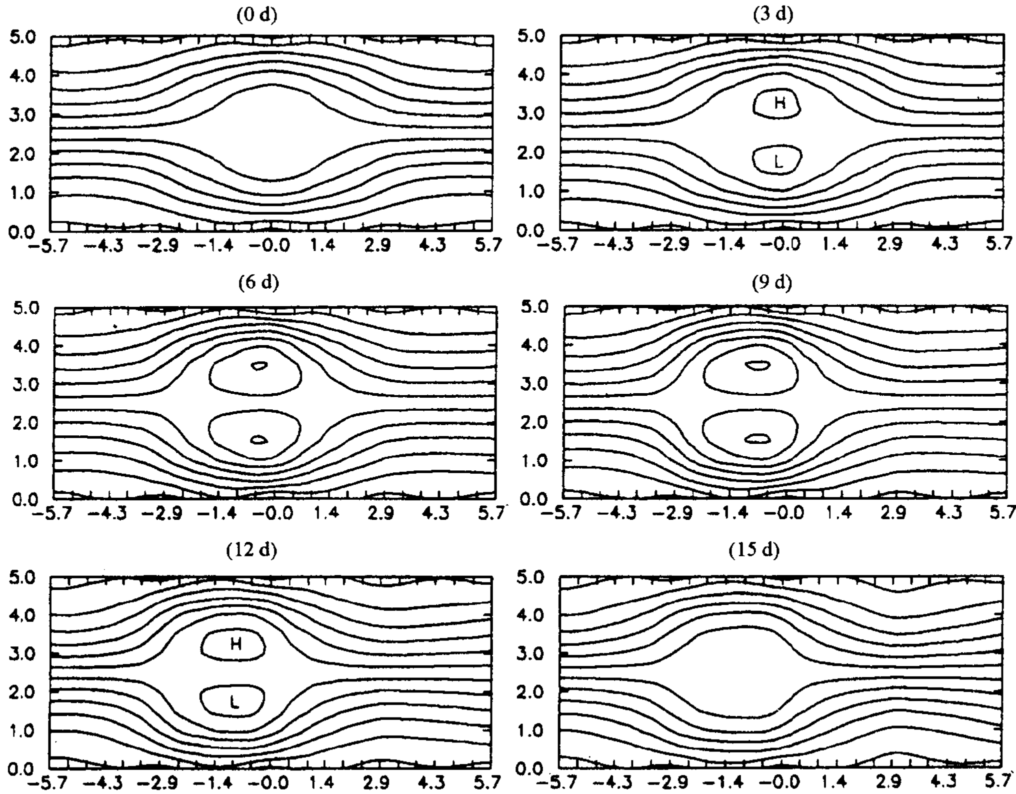


图 5.3　在考虑高阶项作用的情况下在 55°N 处大尺度包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用时包络 Rossby 孤立子的流场 Ψ_e,所取的参数与图 5.1 相同,等值线间距为 0.3

从图 5.3 可以看出,在初始时刻,大尺度包络 Rossby 孤立子的振幅取得比较小以致它的流场 Ψ_e 并不存在闭合的偶极子环流,这种流型通常被称为纬向流(Vautard 等,1988a,b)。然而当它与上游的天气尺度波发生相互作用时,它开始发生变形。例如,在第 3 天它的振幅变得较大以至于出现闭合的偶极子环流。在第 6 天则出现更强的偶极子阻塞环流,同时有向东的移动,这种较强的偶极子阻塞环流一直持续到第 9 天以后。在第 12 天这种偶极子结构有所减弱,但仍保持闭合的偶极子环流。然而在第 15 天偶极子已变得很弱了(即闭合的偶极子环流不存

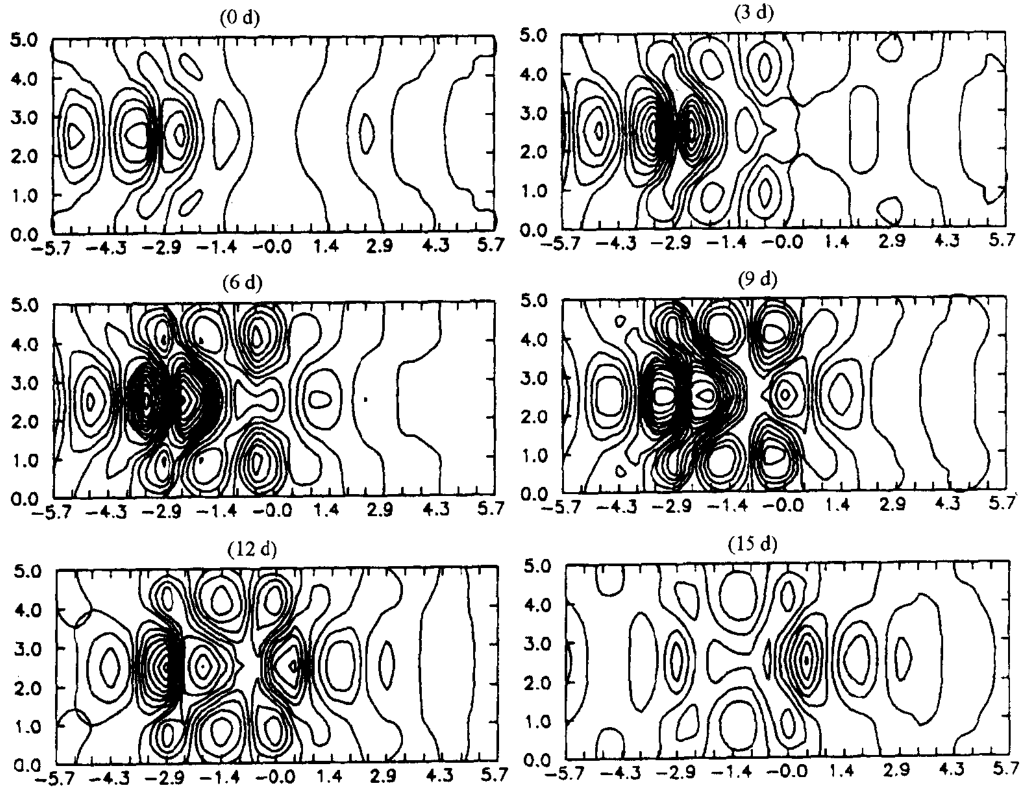


图 5.4 在考虑高阶项作用的情况下在 55°N 处大尺度包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用时天气尺度波的流场 Ψ'，所取的参数与图 5.1 相同，等值线间距为 0.2

在了)。可见由天气尺度波强迫所产生的偶极子阻塞的时间尺度在 10～20 天范围内，这与偶极子阻塞的时间尺度是一致的。罗德海和纪立人(1991)发现大多数偶极子阻塞的持续时间主要在 5～20 天之间，但有时也高达 30 天。然而若基本西风较强的话，这种偶极子阻塞的持续时间将变短(图略)。因此偶极子阻塞只能形成在弱西风中，这与 Shutts(1983)做的数值试验所获得的结论是一致的。这里的讨论说明天气尺度波(或天气尺度瞬变涡动)确实可以强迫出偶极子阻塞。图 5.4 反映了包络 Rossby 孤立子对天气尺度波(或天气尺度瞬变涡)的反馈作用。很明显，在初始时刻，天气尺度波主要位于包络 Rossby 孤立子的上游。当它移向下游并与 $x=0$ 处的纬向流(包络 Rossby 孤立子的流场)发生相互作用时，由于纬向流的反馈，天气尺度波将发生变形。我们注意到在第 3 天，这些天气尺度波开始分裂成两支。伴随着包络 Rossby 孤立子的加强，天气尺度波的分支现象更明显。例如在第 9 天，在 $x=0$ 处由于包络 Rossby 孤立子具有较强的偶极子结构，这时天气尺度波的分支结构更显著。在天气尺度波的分支过程中，当偶极子结构较强时，天气尺度波也较强(这一点可从第 9 天时包络 Rossby 孤立子和天气尺度波的流场中看出)。一旦偶极子结构变弱的话，天气尺度波也变弱(见第 15 天的流场)。这种相互关系被 Cai 和 Mak(1990)称为共生关系(symbiotic relation)。在这里，我们把包络 Rossby 孤立子与天气尺度波的这种相互作用称为共生相互作用。另一方面，Holopainen 和 Fortelius (1987)的诊断分析发现在大西洋偶极子阻塞盛行期间，天气尺度瞬变涡分裂成了两支，一支在阻塞的南侧，另一支在阻塞的北侧。我们认为大西洋天气尺度瞬变涡(大西洋风暴路径)的分支可能是由大西洋偶极子阻塞的反馈作用引起的，我们这里的理论研究给出了部分的理论解释。

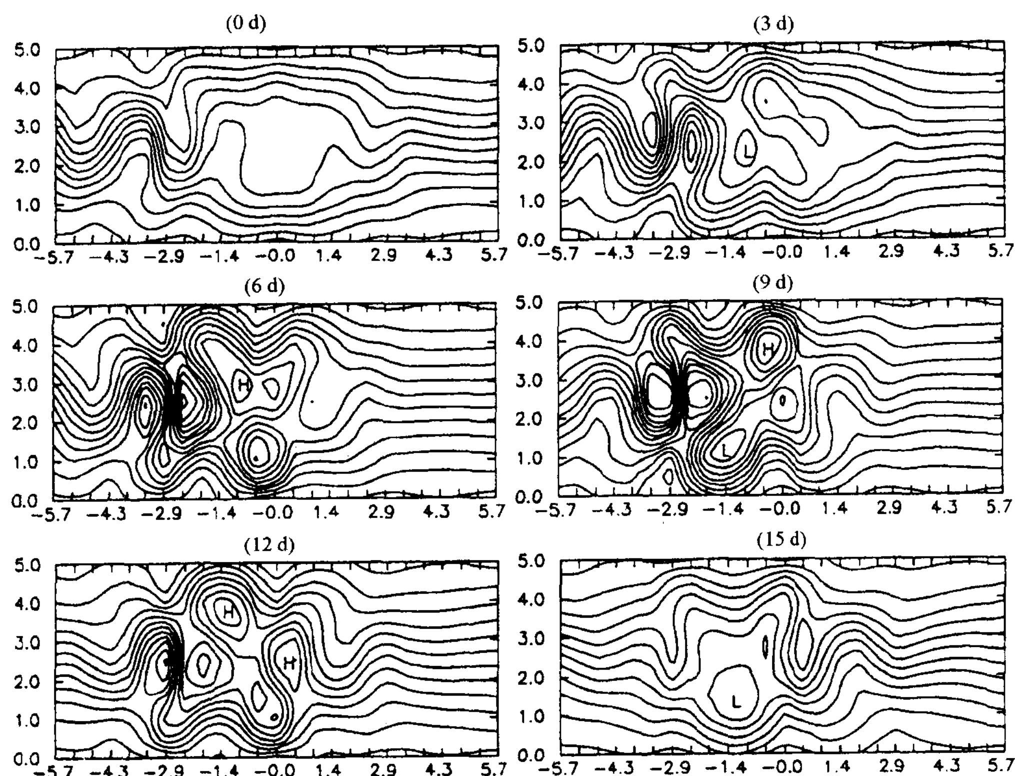


图 5.5 在考虑高阶项作用的情况下在 55°N 处大尺度包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用时包络 Rossby 孤立子总的流场 $\Psi_T = \Psi_e + \Psi'$，所取的参数与图 5.1 相同，等值线间距为 0.3

图 5.5 描述了包络 Rossby 孤立子总的流场 $\Psi_T = \Psi_e + \Psi'$（即包络 Rossby 孤立子的流场 Ψ_e 与天气尺度波的流场 Ψ' 之和）的演变。实际上我们在天气图上看到的就是这种流场。从这个图中可以看出，在 $x = 0$ 处存在一个弱阻塞，它被 Vautard 等人(1988a,b)称为纬向流(高指数环流)，在它的上游则存在小尺度的高压脊和低压槽，这些槽脊就是所谓的天气尺度波。当这些槽脊向东移动并与在 $x = 0$ 处的纬向流发生相互作用时，小尺度槽脊的气旋涡度进入弱阻塞的南侧，而它的反气旋涡度进入弱阻塞的北侧。这个过程将导致弱阻塞的加强并形成偶极子阻塞，见第 3 天的流场。与此同时我们发现在第 3 天在偶极子阻塞的上游小尺度低压槽已进一步加深了，而此时的小尺度高压脊已变得很陡，这个过程在第 6，9 和 12 天时更明显，但在第 15 天偶极子阻塞的上游已很难发现比较强的天气尺度波。我们发现在包络 Rossby 孤立子和天气尺度波相互作用的过程中，图 5.5 的流场结构非常类似于 Berggren 等人(1949)观测到的偶极子阻塞的形成过程。其观测结果如图 5.6 所示。这种阻塞这里称为 Berggren 型阻塞。

从图 5.6 中可以看出，在阻塞形成的前期，总有一个高压脊出现在西风带中(图 5.6a 和 b)，而且上游有持续不断的天气尺度扰动移向高压脊。图 5.5 中的初始场描述了这样的流型分布。Berggren 等(1949)认为这种阻塞的形成是天气尺度斜波发展的结果。另外在偶极子阻塞的形成过程中可以发现在阻塞区存在多个的涡旋结构(即存在几个气旋或反气旋涡)。Butchart 等人(1989)也发现类似的阻塞结构(见他们的图 4)，并指出以前的理论很难解释这样的结构。如果对他们所观测到的阻塞进行长时间的平均(例如一个月)，那么阻塞区的多涡气旋或反气旋将被滤掉并只出现南北对称的偶极子阻塞结构。这一点可以从我们图 5.3 中所发

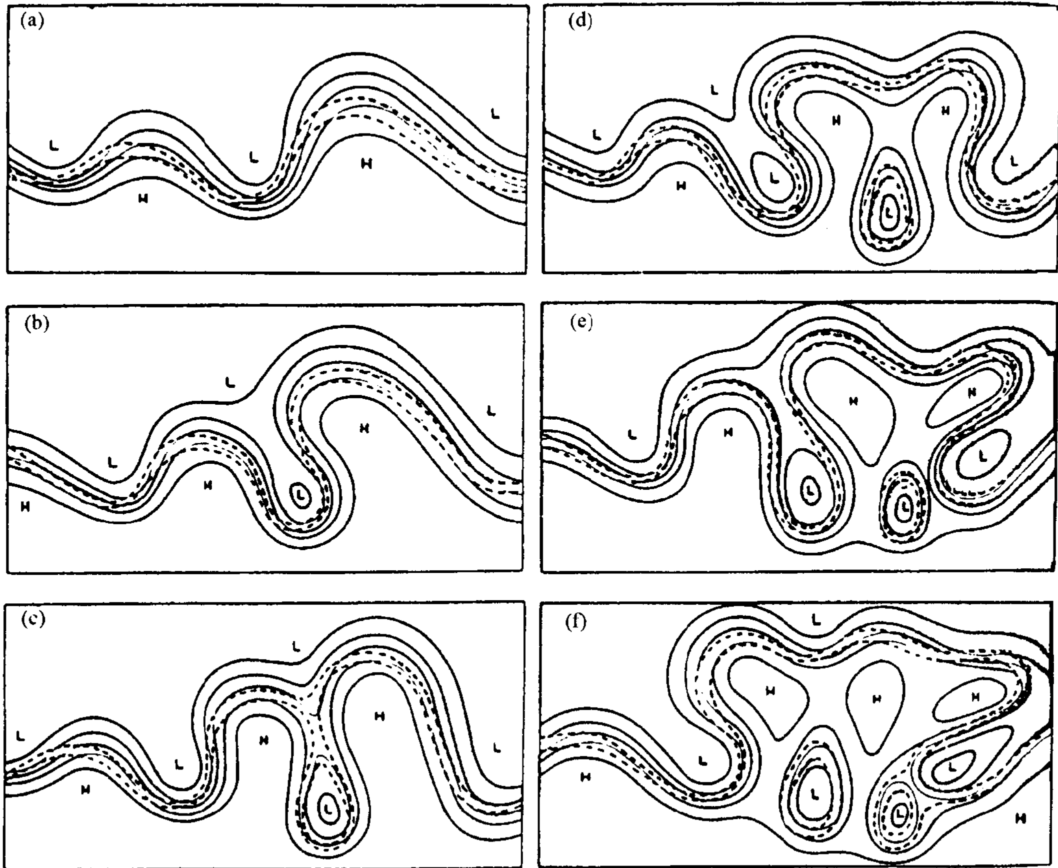


图 5.6 在高纬度地区天气尺度波的不稳定发展和阻塞建立的理想示意图(引自 Berggren 等,1949)

现的结构中得到证实。从我们的结果不难推测图 5.6 中的阻塞实际上是由天气尺度波强迫而产生的。尽管我们所建立的理论模式比较简单,然而所得到的结果与图 5.6 基本相同。很显然,斜压性在阻塞的形成过程中并不起支配的作用。另一方面,我们的理论结果也与 Vautard 等人(1988a,b)的数值结果类似。他们在数值模式中发现天气尺度波所产生的大尺度瞬变涡动强迫项 $\overline{-J(\Psi',\nabla^2\Psi')}$ 对偶极子阻塞的形成是至关重要的,而我们的理论研究正是基于这一想法。这充分说明我们这里所建立的理论模型是合理的。如果我们不考虑高阶项的作用并且考虑天气尺度波的振幅较弱时,可获得类似的结果,如图 5.7 所示。

从图 5.7 中可以看出,当不考虑高阶非线性项的作用时,在较弱天气尺度波所强迫的阻塞区,多涡结构不明显。因此我们推论阻塞区多涡结构的出现是由高阶非线性和强的天气尺度波强迫共同作用的结果。天气尺度波的强发展有利于阻塞多涡结构的出现。除此之外,我们发现图 5.7 与 Berggren 等人(1949)的另一个观测结果很类似(见他们的图 15~18,也见第 1 章所给出的图 1.2)。尽管 Haines 和 Marshall(1987)在一个数值模式中研究了 Modons 与天气尺度波的相互作用,并发现天气尺度波确实有利于偶极子阻塞的形成。但遗憾的是他们所获得的流场图与实际观测到的偶极子阻塞个例差异很大。特别是与 Vautard 等人(1988a)所得到的偶极子阻塞形成过程的流场不太符合。有趣的是我们的理论模式尽管设计得非常简单,但其结果与观测事实非常类似。在以前的理论研究中,人们主要用诊断分析来研究阻塞与天气尺度波之间的相互作用,并没有从理论上在阻塞与天气尺度波之间建立起桥梁。特别是以前的研究不能回

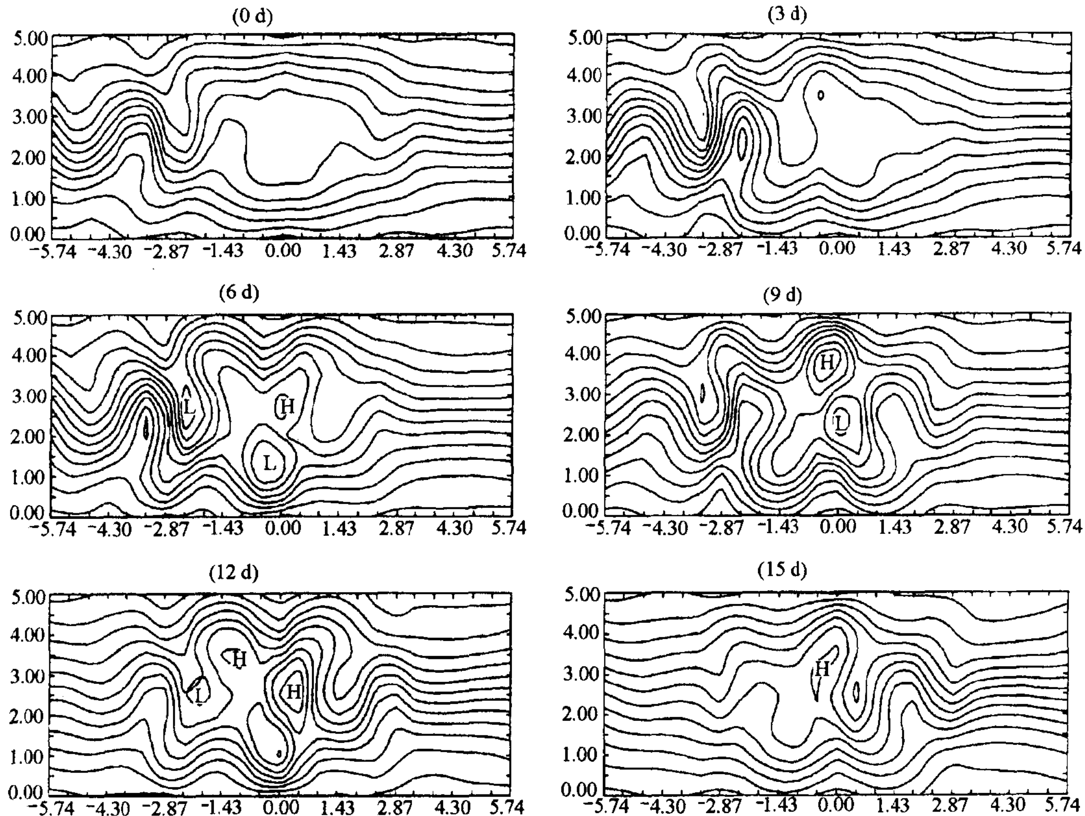


图 5.7　在不考虑高阶项作用的情况下在 55°N 处大尺度包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用时包络 Rossby 孤立子总的流场 $\Psi_T = \Psi_e + \Psi'$，其中 $a_0 = 0.15$，其他所取的参数与图 5.1 相同，等值线间距为 0.3

答天气尺度波怎样形成和维持偶极子阻塞的，天气尺度波到底起什么作用?这些问题都无法给出明确的回答。我们的理论研究表明在天气尺度波与偶极子阻塞相互作用的过程中，天气尺度波的作用就是使偶极子阻塞的振幅加大，而使它的群速和相速都减小，并使得阻塞系统从频散变成弱频散甚至非频散。另一方面，本章的研究并没有考虑地形等外强迫对偶极子阻塞形成的影响，特别是有些偶极子阻塞是由地形强迫所产生的，这样的结果已被一些数值试验所证实(Ji 和 Tibaldi，1983)。Ji 和 Tibaldi (1983)的数值试验表明，除了天气尺度波对偶极子阻塞的形成有重要作用外，地形强迫也起着很重要的作用。这个问题将在第 8 章和第 9 章中加以论述。另外，在第 6 章中我们将论述强发展(振幅放大)的天气尺度波对包络 Rossby 孤立子的影响。

5.9　小结

本章详细讨论了包络 Rossby 孤立子与天气尺度波之间的相互作用，发现当天气尺度波向东移动并与下游的包络 Rossby 孤立子发生相互作用时，包络 Rossby 孤立子和天气尺度波都要发生变形。在包络 Rossby 孤立子加强并形成偶极子阻塞结构的过程中，天气尺度波将分裂成两支(Holopainen 和 Fortelius，1987)，而在包络 Rossby 孤立子强化过程中，包络 Rossby 孤立子总的流场的演变非常类似于大气中所观测到的偶极子阻塞个例(Berggren 等人，

1949)，而且持续时间为 15 天左右。当不考虑高阶项作用时，弱的天气尺度波强迫所形成的偶极子阻塞的多涡结构比较弱并且西移不明显，然而当考虑高阶项作用时，强的天气尺度波强迫所形成的偶极子阻塞的多涡结构比较强而且西移也比较明显。因此本文所建立的包络 Rossby 孤立子与天气尺度波之间的相互作用模式比较成功地解释了实际大气中偶极子阻塞的形成过程，维持时间以及天气尺度波的分支过程。主要结果如下：

(1)在一定的条件下，天气尺度波的作用就是增加偶极子阻塞的振幅，减小它的群速和相速(相速指绝对值)，从而使偶极子阻塞从频散系统变成弱频散甚至非频散系统。在这样一个过程中，偶极子阻塞能够形成和维持，并有向西的移动。

(2)由天气尺度波强迫所产生的偶极子阻塞的时间尺度一般在 10～20 天范围内。它的形成过程非常类似于大气中所观测到的偶极子阻塞个例(Berggren 等人，1949)。

(3)由天气尺度波强迫所产生的偶极子阻塞一般都拥有多涡结构。而天气尺度波的分支是偶极子阻塞反馈作用的结果。

需要指出的是由于本章采用了正压模式，因此天气尺度波的斜压性对偶极子阻塞形成的影响我们无法讨论。在第 7 章中我们将用斜压两层模式来研究大尺度包络 Rossby 孤立子与天气尺度波之间的相互作用。

6 包络 Rossby 孤立子与放大的天气尺度波之间的相互作用

本章将正压大气中振幅随时间增加而波长很短的波近似地考虑成加深的气旋尺度波(或不稳定的天气尺度波),然后详细地研究了这种放大的天气尺度波对大尺度包络 Rossby 孤立子的强迫作用,然后比较了常振幅和放大的(或不稳定的)天气尺度波在偶极子阻塞的形成和维持中的作用,并与观测事实作了比较。

6.1 引 言

1977 年 Green 明确提出大西洋上的阻塞是通过天气尺度波的输送来维持的。这个观点已被许多学者证实(Shutts, 1983; Metz, 1986; Holopainen 和 Fortelius, 1987; Vatuard 等, 1988a, b)。实际上,早在 40~50 年代,Berggern 等(1949)和叶笃正等人(1962)就指出上游持续不断的斜压不稳定扰动的发展和东移与下游阻塞的形成有关。这种情况在东亚和欧洲特别明显(Berggren 等, 1949; 吴国雄等, 1995)。要研究天气尺度波对阻塞的维持应该使用斜压模式。特别是 Colucci(1985)指出加深的爆发性气旋(可以理解为振幅随时间增加的天气尺度波)将强迫出阻塞形势并使得它西移。然而为了简单和方便起见,我们仍使用相当正压模式。不过对于不稳定的天气尺度波,我们只要在正压模式中将短波长的波考虑成振幅随时间增加就行了。这对于移离斜压区的不稳定天气尺度波来说是近似成立的。当然使用斜压模式最好。这个问题将在另一章中讨论。这里所要讨论的问题就是为什么加深的气旋波(可理解为振幅放大的天气尺度波)更有利于局地偶极子阻塞的建立和维持。

6.2 强迫的高阶非线性 Schrödinger 方程的获得

在这一章中,为了简化问题,我们假设放大的天气尺度槽脊可以用正压大气中振幅随时间增加的天气尺度波来近似。这种简化对于研究正压大气中局地偶极子阻塞的形成和维持是合理的。

观测事实表明大尺度(行星尺度)波的振幅比天气尺度波的振幅要大(Holopainen 和 Fortelius),因此方程(5.1)和(5.2)的解可以表示为

$$\Psi = \varepsilon\{A(\xi,T)\varphi_1(y)\exp[\mathrm{i}(kx-\omega t)] + \varepsilon\Psi_1(x,y,t,\xi,T)\} + cc \qquad (6.1)$$

$$\Psi' = \varepsilon^{\frac{3}{2}} f'_0(T)\{\rho'_1\exp[\mathrm{i}(k_1x-\omega_1 t)] - \rho'_2\exp[\mathrm{i}(k_2x-\omega_2 t)]\}\sin(my/2) + \varepsilon^{\frac{5}{2}}\Psi'_1 + cc \qquad (6.2)$$

其中 $\varphi_1(y) = \sqrt{2/Ly}\sin(my)$, $m = -\dfrac{2\pi}{Ly}$, $k = \dfrac{2}{6.371\cos(\varphi_0)}$, $k_1 = k_n - k/2$, $k_2 = k_n + k/2$,

$$k_n = \frac{n}{6.371\cos(\varphi_0)}, \omega = \bar{u}k - \frac{(\beta + F\bar{u})k}{k^2 + m^2 + F}, \omega_1 = \bar{u}k_1 - \frac{(\beta + F\bar{u})k_1}{k_1^2 + m^2/4 + F},$$

$\omega_2 = \bar{u}k_2 - \frac{(\beta + F\bar{u})k_2}{k_2^2 + m^2/4 + F}, Cg = \bar{u} - \frac{(\beta + F\bar{u})(m^2 + F - k^2)}{(k^2 + m^2 + F)^2}$，$f'_0$ 是实的时间慢变振幅，$A(\xi, T)$ 是复的包络振幅，波 k 是波数为 2 的行星尺度波，$\xi = \varepsilon(x - Cgt), T = \varepsilon^2 t, 0 < \varepsilon \ll 1.0$ 且 cc 表示它前项的共轭。在这里，我们并不是人为给定为 $J(\Psi', \nabla^2\Psi')$ 的分布。然而在 Pierhumbert 等人的文章中，他们人为地规定 $J(\Psi', \nabla^2\Psi')_p$ 为局地偶极子分布，这实际上并不合理。正如 Vautard 等人(1988a，b)所指出的那样，尽管 $J(\Psi', \nabla^2\Psi')_p$ 在经向方向上呈偶极子分布，然而它在纬向方向上并不是局地分布的。为了保证 $J(\Psi', \nabla^2\Psi')_p$ 不为零，我们考虑最简单的情况，即假定天气尺度波是由两个波长很短的 Rossby 波组成。

如果我们选择 $Ly = 5, F = 1.0, n = 10$，和 $\bar{u} = 0.7$，那么 k_1 和 k_2 波分别为 9 波和 11 波，并且它们在 55°N 的周期分别为 7 天和 5 天。按照 Mullen(1987)天气尺度波的定义，这两个波可以看成是天气尺度波。将(6.1)和(6.2)代入方程(5.1)和(5.2)式，类似于第 5 章的方法，经过一系列的运算可得到行星尺度波 k 的振幅 A 所满足的非线性方程为

$$\mathrm{i}\frac{\partial A}{\partial T} + \lambda\frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} + \delta|A|^2 A + Qf'_0(T)^2\exp(-\mathrm{i}\Omega T) =$$

$$\mathrm{i}\varepsilon\left[R_1\frac{\partial^3 A}{\partial \xi^3} + R_2\frac{\partial(|A|^2 A)}{\partial \xi} + R_3 A\frac{\partial|A|^2}{\partial \xi}\right] + O(\varepsilon^2) \tag{6.3}$$

其中 $Q = -\frac{(k_2 + k_1)^2(k_2 - k_1)}{4(k^2 + m^2 + F)} m\sqrt{\frac{Ly}{2}}\rho'_1\rho'_2, \omega_2 - \omega_1 - \omega = \varepsilon^2\Omega$，其他系数与方程(3.11)式中的值相同。并且 Ψ'_1 的解可以被获得并被表示为：

$$\begin{aligned}\Psi'_1 = &-\frac{m}{2}Q_1\sqrt{\frac{2}{Ly}}Af'_0(T)\rho'_1\exp\{\mathrm{i}[(k_1 + k)x - (\omega_1 + \omega)t]\}(p_1\sin\frac{3m}{2}y + r_1\sin\frac{m}{2}y)\\ &+\frac{m}{2}Q_2\sqrt{\frac{2}{Ly}}Af'_0(T)\rho'_2\exp\{\mathrm{i}[(k_2 + k)x - (\omega_2 + \omega)t]\}(p_2\sin\frac{3m}{2}y + r_2\sin\frac{m}{2}y)\\ &+\frac{m}{2}Q_1\sqrt{\frac{2}{Ly}}A^*f'_0(T)\rho'_1\exp\{\mathrm{i}[(k_1 - k)x - (\omega_1 - \omega)t]\}(s_1\sin\frac{3m}{2}y + h_1\sin\frac{m}{2}y)\\ &-\frac{m}{2}Q_2\sqrt{\frac{2}{Ly}}A^*\rho'_2f'_0(T)\exp\{\mathrm{i}[(k_2 - k)x - (\omega_2 - \omega)t]\}(s_2\sin\frac{3m}{2}y + h_2\sin\frac{m}{2}y)\end{aligned} \tag{6.4}$$

其中 $E^n_{i,j} = k + 2(-1)^i k_n/(\beta + F\bar{u})[k_n - (-1)^j k] - \{\bar{u}[k_n - (-1)^j k] - [\omega_n - (-1)^j\omega]\}\{[(k_n - (-1)^j k]^2 + [\frac{1}{2} - (-1)^j]^2 m^2\}$，

$E^n_{1,1} = p_n, E^n_{2,1} = r_n, E^n_{2,2} = s_n, E^n_{1,2} = h_n (n = 1,2)$ 且 $(j = 1,2)$。

(6.4)式表示放大的天气尺度波与大尺度波 A（或称为流）相互作用产生的第二阶修正，它反映了大尺度波对天气尺度波的反馈作用。

当我们取 $Ly = 5$ 和 $F = 1.0$ 时，不难证实在宽广的大气参数范围内有 $\lambda > 0$ 和 $\delta > 0$。如果我们作变换 $\xi = \sqrt{2\lambda}X$ 和 $A = B/\sqrt{\delta}$，那么方程(6.3)式可改写为

$$\mathrm{i}\frac{\partial B}{\partial T} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 B}{\partial X^2} + |B|^2 B + Q\delta^{\frac{1}{2}}f'_0(T)^2\exp(-\mathrm{i}\Omega T) =$$

$$i\varepsilon[\gamma_1 \frac{\partial^3 B}{\partial X^3} + \gamma_2 \frac{\partial(|B|^2 B)}{\partial X} + \gamma_3 B \frac{\partial |B|^2}{\partial X}] + O(\varepsilon^2) \tag{6.5}$$

其中 $\gamma_1 = (2\lambda)^{-\frac{3}{2}}R_1, \gamma_2 = \delta^{-1}(2\lambda)^{-\frac{1}{2}}R_2, \gamma_3 = \delta^{-1}(2\lambda)^{-\frac{1}{2}}R_3$。

在方程(6.5)式中，如果给定天气尺度波和大尺度波的初值，并能确定方程(6.5)的解，那么我们可以确定大尺度波在放大的天气尺度波近共振强迫作用下的演变。反过来我们也可以确定如果大尺度波对这种天气尺度波的反馈作用。

6.3 在放大的天气尺度波强迫作用下包络 Rossby 孤立子的放大行为

正如第 5 章所指出的那样，大气中的天气尺度波的振幅与大尺度波的振幅相比较是小的(Holopainen 和 Fortelius)。在这种情况下，天气尺度的强迫作用并不破坏方程(6.5)式中包络孤立子解的结构。类似于第 5 章的方法，可设方程(6.5)式有下列形式的包络孤立子解

$$B(X,T) = \eta(T)\operatorname{sech}\{\eta(T)[X - Z_0(T)]\}\exp[i\theta(T)] \tag{6.6}$$

其中 $\eta(T), Z_0(T)$ 和 $\theta(T)$ 分别是包络孤立子的振幅，传播速度和位相，它们都是时间的慢变函数。

如果我们定义 $\varepsilon\eta(\varepsilon^2 t) = \sqrt{\delta}M(t), Z(t) = \frac{Z_0(\varepsilon^2 t)\ \sqrt{2\lambda}}{\varepsilon}$ 和 $\theta(\varepsilon^2 t) = P(t)$，那么按照 Hasegawa 和 Kodama(1995)以及上一章所给出的求解强迫耗散非线性 Schrödinger 方程孤立子解的公式，我们可得孤立子参数 $M(t), Z(t)$，和 $P(t)$ 的方程为

$$\frac{dM}{dt} = \pi G f_0(t)^2 \sin[P + (\omega_2 - \omega_1 - \omega)t] \tag{6.7}$$

$$\frac{dZ}{dt} = M^2(\frac{\delta}{2\lambda}R_1 - R_2 - \frac{2}{3}R_3) \tag{6.8}$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\delta}{2}M^2 \tag{6.9}$$

其中 $f_0(t) = f'_0(\varepsilon^2 t)$ 是一个给定的函数，它表示放大的天气尺度波所引起的涡源强迫随时间的变化，$G = \varepsilon^3 Q = -\frac{(k_2 + k_1)^2(k_2 - k_1)}{4(k^2 + m^2 + F)} m \sqrt{\frac{Ly}{2}} \rho_1\rho_2, \rho_1 = \varepsilon^{\frac{3}{2}}\rho'_1$ 且 $\rho_2 = \varepsilon^{\frac{3}{2}}\rho'_2$。

在这一章为了讨论放大的(加深的)气旋尺度波对偶极子阻塞形成的影响，我们假定 $f_0(t) = 1 + \mu\exp[-\gamma(t - t_c)]|\sin(\nu t)|$，并用它来模拟加深的(放大的)气旋尺度波，其中，$\mu > 0$，$\gamma > 0$ 且 $\nu > 0$。在 $t = 0.0$ 时，有 $f_0(0) = 1.0$。当 $t < t_c$ 时，$f_0(t)$ 随时间增加；而当 $t > t_c$ 时它则随时间减小并趋于 1.0。因此这个函数 $f_0(t)$ 可以近似地描述加深的气旋尺度波的一个过程。对于方程(6.7)至(6.9)式，我们通过使用四阶 Rung-Kutta 方法来获得它们的数值解。作为一个例子，我们可选取 $\rho_1 = 0.14, \rho_2 = 0.1, t_c = 2.592, \gamma = 0.05, \nu = 0.34, \mu = 0.3, F = 1.0, \bar{u} = 0.7$ 和 $Ly = 5.0$。在这里，气旋尺度波在 3 天以前振幅是增加的，而 3 天以后则是衰减的并趋于它的初始状态，而且在 $x = 0.0$ 处我们考虑的大尺度包络 Rossby 孤立子几乎是定常的(它的频率为 0.0004)。在这里我们定义 $Cmp = Cgm - Cp$ 来表征包络 Rossby 孤立子频散性的大小，其中 $Cgm = Cg + dZ/dt$ 为包络 Rossby 孤立子的群速度，而 $Cp = (\omega - dP/dt)/k$ 则是包络 Rossby 孤立子的相速。若 $Cmp = 0$ 时，这个系统为非频散系统，而当 $Cmp \neq 0$ 时，这个系统仍为频散系统。不失一般性，如果我们取初始条件 $M(0) = 0.5$ 和 $Z(0) = P(0) = 0.0$，那么在 55°N 处我们可得在放大的天气尺度波强迫作用下包络 Rossby 孤立子参

数 $M(t)$,$Z(t)$,$P(t)$,Cgm,Cp 和 Cmp 随时间变化的曲线,如图 6.1 所示。

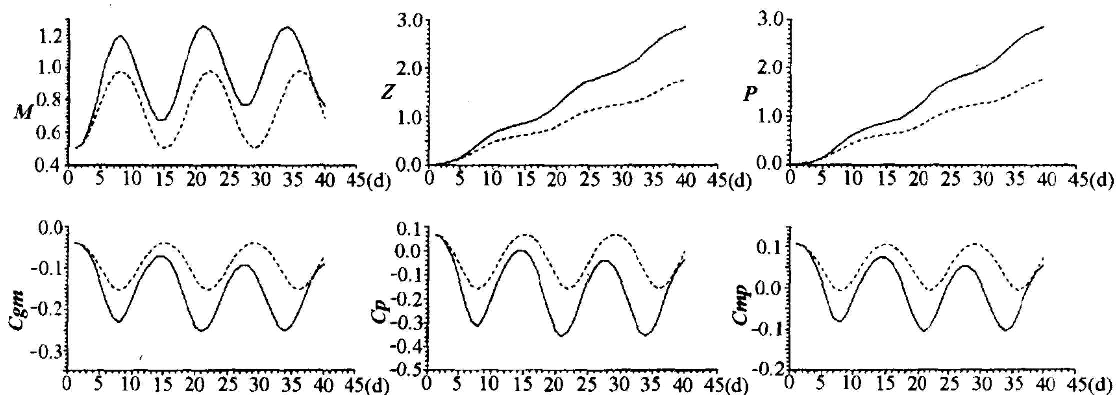


图 6.1 在 55°N 处在放大的天气尺度波作用下大尺度包络 Rossby 孤立子的孤立子参数 $M(t)$,$Z(t)$,$P(t)$,Cgm,Cp 和 Cmp 随时间的变化曲线。其中虚线表示 $\mu=0.0$ 的情况,实线表示 $\mu=0.3$ 的情况

图 6.1 中的虚线描述了 $\mu=0.0$ 时(亦即考虑常振幅或稳定的天气尺度波时)包络 Rossby 孤立子的参数随时间的变化曲线,而图中的实线则描述了在放大的天气尺度波作用下包络 Rossby 孤立子的参数随时间的变化曲线。从这两个曲线比较我们可以发现,在放大的天气尺度波作用下,包络 Rossby 孤立子的增幅比常振幅的天气尺度波作用时要快,而且振幅的增加要显著。因此在放大的天气尺度波作用下,包络 Rossby 孤立子可以很快地从高指数环流转换成低指数环流。这种转换大约需要几天。在另一方面,我们注意到,在放大的天气尺度波作用下包络 Rossby 孤立子群速度和相速的减小比常振幅的天气尺度波作用时要快,而且这时的包络 Rossby 孤立子变成非频散波($Cmp=0$ 时)的速度也要比常振幅的天气尺度波作用时要迅速。这说明加深(放大)的气旋尺度波对包络 Rossby 孤立子的作用是显著的。如果将放大的包络 Rossby 孤立子看成是偶极子阻塞的话,我们就可以用本文的模式来解释爆炸性天气尺度气旋波对偶极子阻塞的维持作用。Colucci(1985)观测发现放大的短波长的槽脊(或称为加深的气旋尺度波)有利于阻塞的形成和维持,而且这种阻塞的稳定维持是气旋尺度与行星尺度波持续不断相互作用的结果。从下面的讨论可以发现,本章的结果正好可以解释 Colucci(1985)所观测到的事实。

6.4 在放大的天气尺度波强迫作用下包络 Rossby 孤立子的流场结构和阻塞的形成

为了进一步了解加深的天气尺度波对偶极子阻塞形成和维持的作用,我们这里给出包络 Rossby 孤立子的流场结构。当考虑天气尺度波的作用时,包络 Rossby 孤立子将发生变形,并且它的流函数可以表示为

$$\Psi_e=-\bar{u}y+\sqrt{2/Ly}M(t)\mathrm{sech}\{\sqrt{\delta/2\lambda}M(t)[x-Cgt-Z(t)]\}\times \cos[kx-\omega t+P(t)]\sin(my)+cc \tag{6.10}$$

当包络 Rossby 孤立子发生变形时它反过来又影响天气尺度波的形状。这种行为可以认为是包络 Rossby 孤立子对天气尺度波的反馈作用。当包络 Rossby 孤立子对放大的天气尺度波的反馈作用被考虑后,类似于第 5 章,可得变形的天气尺度波的流场为

$$\begin{aligned}\Psi' =& 2f_0(t)[\rho_1\cos(k_1x-\omega_1t)-\rho_2\cos(k_2x-\omega_2t)]\sin(my/2)- \\ & \frac{m}{2}Q_1\sqrt{2/Ly}f_0(t)\rho_1M(t)\mathrm{sech}\{\sqrt{\delta/2\lambda}M(t)[x-Cgt-Z(t)]\}\times \\ & \cos[(k_1+k)x-(\omega_1+\omega)t+P(t)][p_1\sin(\frac{3}{2}my)+r_1\sin(\frac{m}{2}y)]+ \\ & \frac{m}{2}Q_2\sqrt{2/Ly}f_0(t)\rho_2M(t)\mathrm{sech}\{\sqrt{\delta/2\lambda}M(t)[x-Cgt-Z(t)]\}\times \\ & \cos[(k_2+k)x-(\omega_2+\omega)t+P(t)][p_2\sin(\frac{3m}{2}y)+r_2\sin(\frac{m}{2}y)]+ \\ & \frac{m}{2}Q_1\sqrt{2/Ly}f_0(t)\rho_1M(t)\mathrm{sech}\{\sqrt{\delta/2\lambda}M(t)[x-Cgt-Z(t)]\}\times \\ & \cos[(k_1-k)x-(\omega_1-\omega)t-P(t)][s_1\sin(\frac{3m}{2}y)+h_1\sin(\frac{m}{2}y)]- \\ & \frac{m}{2}Q_2\sqrt{2/Ly}f_0(t)\rho_2M(t)\mathrm{sech}\{\sqrt{\delta/2\lambda}M(t)[x-Cgt-Z(t)]\}\times \\ & \cos[(k_2-k)x-(\omega_2-\omega)t-P(t)][s_2\sin(\frac{3m}{2}y)+h_2\sin(\frac{m}{2}y)] \end{aligned} \tag{6.11}$$

从(6.11)式中可以看出，大尺度包络 Rossby 孤立子对天气尺度波存在反馈作用。当包络 Rossby 孤立子发生变形时，放大的天气尺度波也将发生变形。为了更清楚地了解加深的天气尺度波对大尺度包络 Rossby 孤立子的作用，在这里我们给出了大尺度包络 Rossby 孤立子的流场 Ψ_e。图 6.2 和图 6.3 分别描述了常振幅和放大的天气尺度波作用下包络 Rossby 孤立的

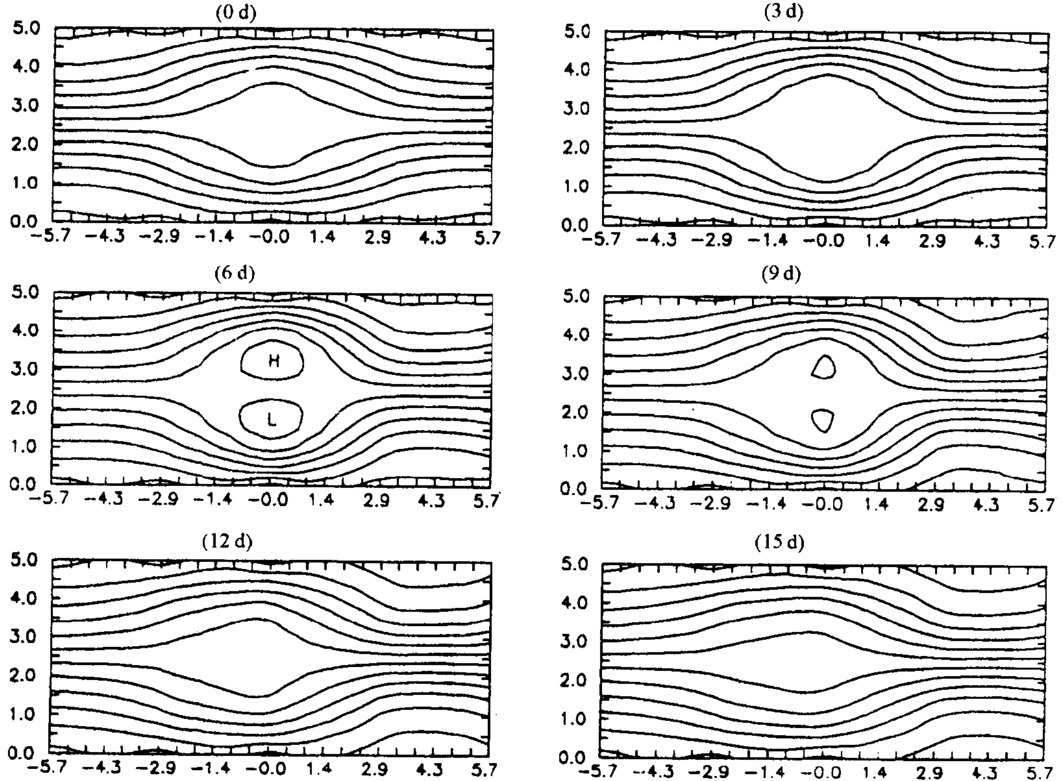


图 6.2 在 55°N 处在常振幅的天气尺度波作用下大尺度包络 Rossby 孤立子的流场 Ψ_e，其中 $\mu=0.0$，其它参数与图 6.1 相同，等值线间距为 0.3

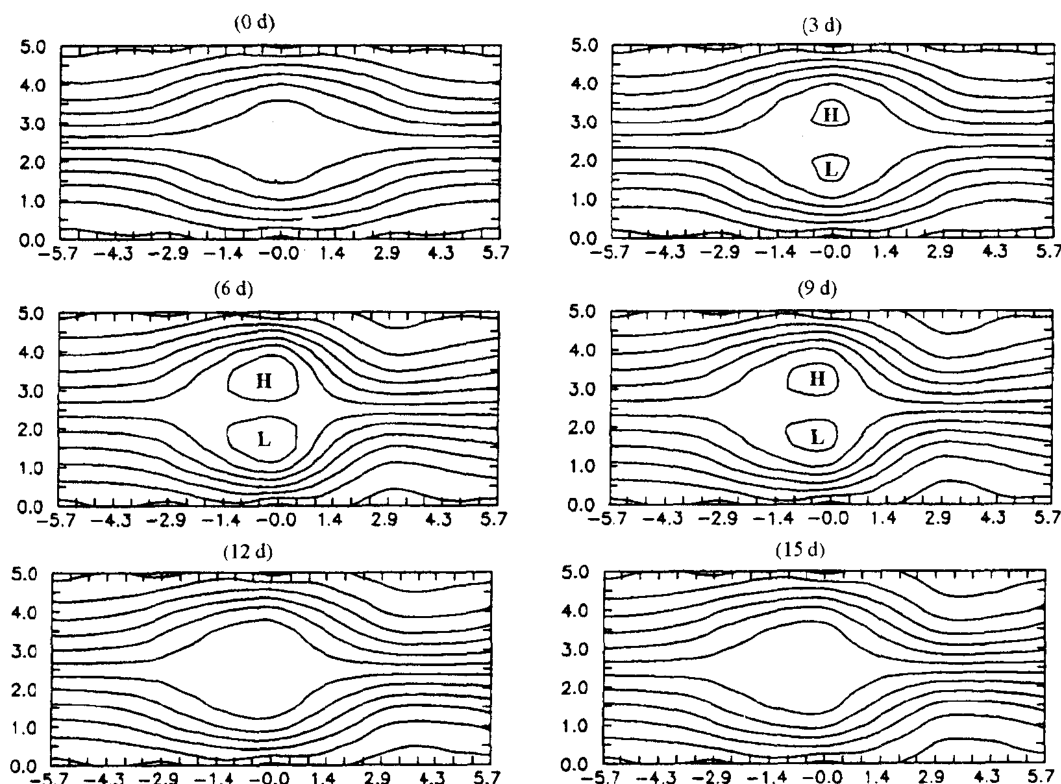


图 6.3　在 55°N 处在放大的天气尺度波作用下大尺度包络 Rossby 孤立子的流场 Ψ_e，其中 $\mu=0.3$，其它参数与图 6.1 相同，等值线间距为 0.3

流场。

为了体现天气尺度波的作用，初始时刻大尺度包络 Rossby 孤立子的振幅取得比较小，以致于图 6.2 中初始时刻大尺度包络 Rossby 孤立子并不具有闭合的偶极子环流，这种环流形势通常被称为纬向流(Vautard 等，1988a，b)。然而当常振幅的天气尺度波对它发生作用时，位于 $x=0.0$ 处的包络 Rossby 孤立子发生变形并增强，例如，在第 3 天它的振幅略有变强，但并不具有闭合的偶极子环流。在第 6 天包络 Rossby 孤立子的振幅似乎达到最大，以致于出现很强的闭合的偶极子环流(7 天时最大)，之后这种包络 Rossby 孤立子又要减弱。例如在第 9 天它的偶极子结构已变弱了，但仍存在闭合的偶极子环流。在第 12 天这个偶极子则完全消失。对于放大的天气尺度波，当它与包络 Rossby 孤立子发生作用时，包络 Rossby 孤立子的振幅增加较快，例如在第 3 天包络 Rossby 孤立子就出现了闭合的偶极子环流，并有一个向西的移动，而且在第 6 和 9 天时偶极子结构的西移更明显。另外，在第 9 天它的偶极子结构比常振幅的天气尺度波作用下包络 Rossby 孤立子所具有的偶极子阻塞结构要强得多。尽管在第 12 天时偶极子结构已经消失了，但它的经向尺度仍保持相当大。若叠加在背景场和天气尺度波上，包络 Rossby 孤立子总的流场($\Psi=\Psi_e+\Psi'$)仍展示出偶极子阻塞环流。然而对于常振幅的天气尺度波的强迫，此时的包络 Rossby 孤立子总的流场并不展示出很强的偶极子阻塞环流。图 6.4 和图 6.5 分别给出了在常振幅和放大振幅的天气尺度波作用下包络 Rossby 孤立子总的流场。

从图 6.4 和图 6.5 比较可以看出，偶极子阻塞的形成过程与 Berggren，Bolin 和 Rossby (1949)所给出的阻塞形成过程非常类似。对常振幅天气尺度波的强迫，在所形成的阻塞区域仍可发现几个气旋或反气旋的多涡结构。然而在放大振幅的天气尺度波的作用下，阻塞区域内的

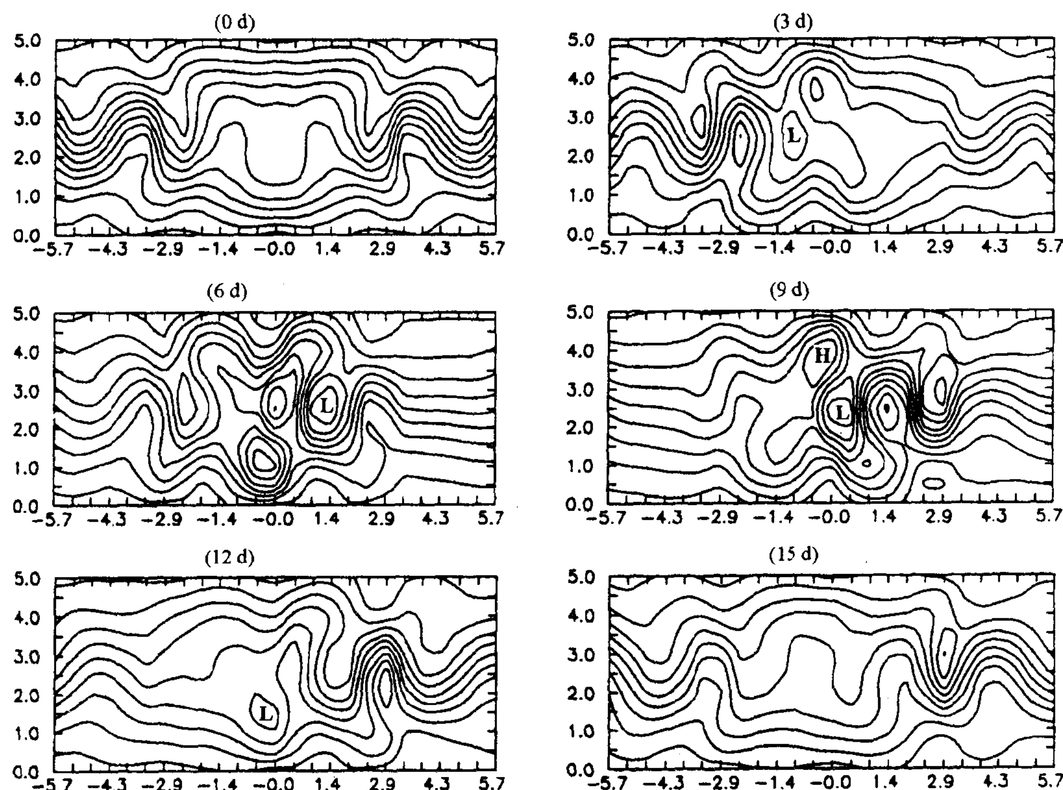


图 6.4 在 55°N 处在常振幅的天气尺度波作用下包络 Rossby 孤立子总的流场（$\Psi = \Psi_e + \Psi'$），所取的参数与图 6.2 相同，等值线间距为 0.3

多涡结构变强而且数量有所增加。Berggren 等(1949)认为这种多涡阻塞的形成是由斜压不稳定引起的。尽管现在看来他们的观点并不完善，但在当时他们的工作却是一个不小的贡献。从这里的结果可以发现多涡阻塞的形成和维持是由加深的(或放大的)气旋尺度波近共振强迫所产生的，而这种加深的(或稳定的)气旋尺度波通常是由斜压不稳定引起的。因此可以认为斜压不稳定可以产生多涡阻塞。这在一定程度上说明他们的观点是正确的。观测事实和数值试验证实斜压不稳定的天气尺度扰动通常能强迫产生阻塞(Colucci，1985；Vautard 等，1988a，b)。这一章的讨论充分说明了这一点。为了方便起见，本章采用相当正压模式(Shutts，1983；Metz，1986；Haines 和 Marshall，1987；Malguzzi 和 Malanotte-Rizzoli，1987)，并且将正压大气中振幅随时间增加的天气尺度波近似地考虑成斜压不稳定的天气尺度扰动(或称加深的气旋尺度波)。这假设对于用来研究斜压不稳定的扰动(天气尺度)对阻塞的形成和维持是合理的。然而严格地说来应该使用斜压模式。这个问题将在下一章中讨论。

6.5 小结

这一章详细讨论了放大的天气尺度波与包络 Rossby 孤立子之间的相互作用，比较了常振幅和放大振幅的天气尺度波对偶极子阻塞形成的贡献。主要发现以下几点结论：

(1)放大的天气尺度波能够使偶极子阻塞迅速建立并西移，而对于常振幅的天气尺度波的强迫，偶极子阻塞的形成要慢一些而且西移不明显。

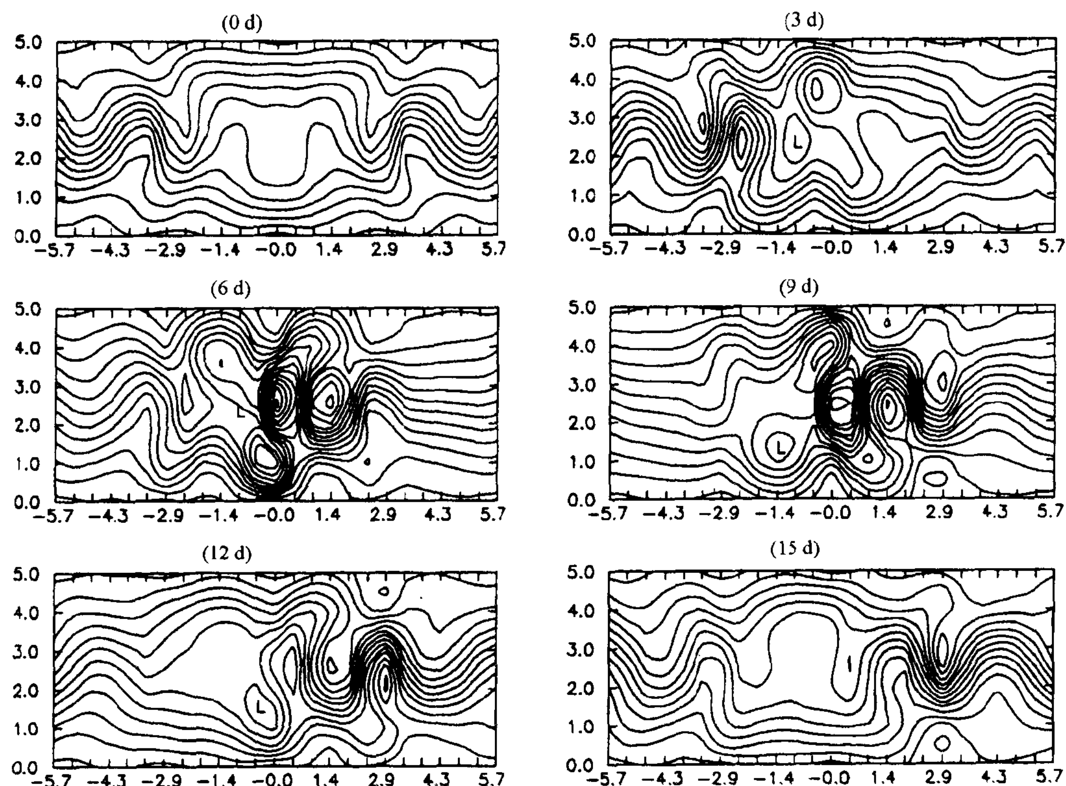


图 6.5 在 55°N 处在放大的天气尺度波作用下包络 Rossby 孤立子总的流场($\Psi = \Psi_e + \Psi'$)，所取的参数与图 6.3 相同，等值线间距为 0.3

(2)放大的天气尺度波所强迫的偶极子阻塞的维持时间要比常振幅的天气尺度波所强迫的偶极子阻塞的维持时间要长一些。这说明放大的天气尺度波(小尺度槽脊)更有利于偶极子阻塞的形成和维持。

需要指出的是，由于本章采用了相当正压模式，因此所得到的结果也许并不完全正确。另外，天气尺度波的斜压性对偶极子阻塞形成的影响也无法讨论。这个问题将在下一章中讨论。

7 两层模式中斜压包络 Rossby 孤立子与天气尺度波的相互作用

在这一章中，我们使用两层斜压模式讨论了斜压包络 Rossby 孤立子与斜压天气尺度波之间的相互作用。可以发现这种相互作用可以模拟斜压 Berggren 型阻塞的形成过程。同时还讨论了上下层基流切变对 Berggren 型阻塞形成的影响，比较了上下层阻塞结构的差异。

7.1 引 言

大量的研究已经指出，在阻塞形成和维持期间，斜压天气尺度波向正压行星尺度波有强的能量输送(Hansen 和 Chen，1982；Shutts，1983；Colucci，1985)。强气旋启动阻塞被认为是代表了这样一个输送过程(Benzi 等，1986)。Vautard 等人(1988a，b)在一个两层模式中用数值的方法研究了斜压不稳定的天气尺度波对偶极子阻塞的激发，发现斜压天气尺度波所引起的大尺度涡动强迫对偶极子阻塞的形成和维持起着很重要的作用。在上两章中，我们已建立了包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用的正压模式理论。在这一章中，我们将用两层模式来研究斜压包络 Rossby 孤立子与天气尺度波之间相互作用，并与正压模式所得的结果进行比较。

7.2 斜压行星尺度波与天气尺度波相互作用的两层模式

在中高纬度地区，在不考虑摩擦和外强迫作用的情况下，对于背景西风 $\bar{u}_n$ 在 β 通道平面上描述行星尺度波 Ψ_n 和天气尺度波 Ψ'_n 相互作用的无量纲两层位涡守恒方程可以写为(Pedlosky，1979，Vautard 等，1988a，b)

$$(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_n\frac{\partial}{\partial x})[\nabla^2\Psi_n+F(\Psi_1-\Psi_2)(-1)^n]+J[\Psi_n,\nabla^2\Psi_n+F(\Psi_1-\Psi_2)(-1)^n]+$$
$$[\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)(-1)^n]\frac{\partial\Psi_n}{\partial x}=-J[\Psi'_n,\nabla^2\Psi'_n+F(\Psi'_1-\Psi'_2)(-1)^n]_p\quad(n=1,2)\tag{7.1}$$

$$(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_n\frac{\partial}{\partial x})[\nabla^2\Psi'_n+F(\Psi'_1-\Psi'_2)(-1)^n]+J[\Psi_n,\nabla^2\Psi'_n+F(\Psi'_1-\Psi'_2)(-1)^n]+$$
$$J[\Psi'_n,\nabla^2\Psi_n+F(\Psi_1-\Psi_2)(-1)^n]+[\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)(-1)^n]\frac{\partial\Psi'_n}{\partial x}+$$

$$\mathrm{J}[\Psi'_n, \nabla^2\Psi'_n + F(\Psi'_1 - \Psi'_2)(-1)^n]_s = 0 \quad (n = 1,2) \tag{7.2}$$

其中每层流函数 $\Psi_n(\Psi_n = -\bar{u}_n y + \Psi_n + \Psi'_n)$ 已经分解成行星尺度部分 Ψ_n 和高频的天气尺度部分 Ψ'_n (Egger 和 Schilling, 1983; Metz, 1986; Vautard 等, 1988a, b)。天气尺度波所产生的涡动强迫 $\mathrm{J}[\Psi'_n, \nabla^2\Psi'_n + F(\Psi'_1 - \Psi'_2)(-1)^n]$ 已分解成行星尺度涡动强迫 $\mathrm{J}[\Psi'_n, \nabla^2\Psi'_n + F(\Psi'_1 - \Psi'_2)(-1)^n]_p$ 和天气尺度涡动强迫 $\mathrm{J}[\Psi'_n, \nabla^2\Psi'_n + F(\Psi'_1 - \Psi'_2)\cdot(-1)^n]_s$，当 $\Psi'_n = 0$，方程(7.1)变为在第 4 章所给出的两层模式方程(4.1)至(4.2)式。注意到方程(7.1)至(7.2)式的边界条件与方程(4.1)至(4.2)式的边界条件完全相同。

7.3 参数激发的非线性 Schrödinger 方程的获得

在一个相当正压模式中，Shutts (1983) 用数值的方法发现移动性天气尺度扰动能够维持偶极子阻塞结构。Hoskins 等(1983)注意到，在大陆边缘强切变的风速区所产生的斜压扰动会将自己的位涡注入到风暴路径下游的大尺度偶极子阻塞区。在一个两层模式中，Vautard 等(1988a, b) 指出由天气尺度波所引起的大尺度涡动强迫项 $(-\nabla\cdot\overline{\vec{V}'_1 q'_1}, \nabla\cdot\overline{\vec{V}'_2 q'_2})$ 对偶极子阻塞的形成和维持起着很重要的作用，并且发现由于天气尺度波的存在，大尺度波的形状将发生变形。因此首要的任务就是要建立天气尺度波与阻塞相互作用的理论模型。在这一章中，我们建立起了斜压包络 Rossby 孤立子与斜压天气尺度波相互作用的理论模式。

正如第 4 章所指出的那样，在(4.5)中如果取参数 $(k, m) = [\frac{2}{6.371\cos(\varphi_0)}, -\frac{2\pi}{5}]$ 和 $R_0 = 700\mathrm{km}$(Vautard 等，1988a, b)，那么对于波数为 2 的线性斜压 Rossby 波，在 55°N 地区不稳定的临界切变为 $\bar{u}_c \approx 0.79$。在这种情况下，波数超过 7 波的斜压波是稳定的。然而当 $R_0 = 500\mathrm{km}$，其临界切变为 $\bar{u}_c \approx 0.72$。对于这种情况，波数超过 11 波的斜压波是稳定的。在这一章中，在假定 $\bar{u}_1 - \bar{u}_2 \ll \bar{u}_c$ 的情况下，我们研究了斜压包络 Rossby 孤立子与斜压天气尺度波之间的相互作用。这里引入与第 4 章中(4.6)式相同的变换，并设有与(4.7)式相同的级数解。

由于相对涡度平流和行星涡度项几乎比斜压天气尺度波所引起的强迫大一个量级 (Holopainen 和 Fortelius, 1987)，因此不妨将行星尺度和天气尺度流函数表示成 $\Psi_n = \varepsilon\Psi_{n1} + \varepsilon^2\Psi_{n2} + \varepsilon^3\Psi_{n3} + \cdots$ 和 $\Psi'_n = \varepsilon^{\frac{1}{2}}(\varepsilon\Psi'_{n1} + \varepsilon^2\Psi'_{n2} + \cdots)$，其中 $0 < \varepsilon \ll 1.0$，那么将它们代入方程(7.1)至(7.2)式可得下面的方程

$$\mathrm{L}(\Psi'_{11}, \Psi'_{21}) = (\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_1\frac{\partial}{\partial x})[\nabla^2\Psi'_{11} - F(\Psi'_{11} - \Psi'_{21})] + [\beta + F(\bar{u}_1 - \bar{u}_2)]\frac{\partial\Psi'_{11}}{\partial x} = 0 \tag{7.3}$$

$$\mathrm{M}(\Psi'_{21}, \Psi'_{11}) = (\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_2\frac{\partial}{\partial x})[\nabla^2\Psi'_{21} + F(\Psi'_{11} - \Psi'_{21})] + [\beta - F(\bar{u}_1 - \bar{u}_2)]\frac{\partial\Psi'_{21}}{\partial x} = 0 \tag{7.4}$$

$$\mathrm{L}(\Psi'_{12}, \Psi'_{22}) = -\mathrm{J}[\Psi_{11}, \nabla^2\Psi'_{11} - F(\Psi'_{11} - \Psi'_{21})] - \mathrm{J}[\Psi'_{11}, \nabla^2\Psi_{11} - F(\Psi_{11} - \Psi_{21})] \tag{7.5}$$

$$\mathrm{M}(\Psi'_{22}, \Psi'_{12}) = -\mathrm{J}[\Psi_{21}, \nabla^2\Psi'_{21} + F(\Psi'_{11} - \Psi'_{21})] - \mathrm{J}[\Psi'_{21}, \nabla^2\Psi_{21} + F(\Psi_{11} - \Psi_{22})] \tag{7.6}$$

从(7.3)至(7.6)式可以发现当斜压行星尺度流存在时，斜压天气尺度波与斜压行星尺度流之间的相互作用将产生斜压天气尺度波的第二阶修正项 (Ψ'_{n2})。它实际上表示斜压行星尺

度流对斜压天气尺度波的反馈。在实际大气中,所观测到的斜压天气尺度波非常复杂,有时候是斜压不稳定的(Vautard 等,1988a,b)。然而,当基本流的垂直切变变小时,斜压行星尺度波和斜压天气尺度波都是稳定的。由于 $J[\Psi'_n,\nabla^2\Psi'_n+(\Psi'_1-\Psi'_2)(-1)^n]_p$ 在偶极子阻塞的形成和维持中起着很重要的作用(Holopainen 和 Fortelius, 1987; Vautard 等,1988a,b),因此这里所考虑的斜压天气尺度波必须要求满足 $J[\Psi'_n,\nabla^2\Psi'_n+(\Psi'_1-\Psi'_2)(-1)^n]_p\neq 0$。为了进一步简化所研究的问题,作为最简单的问题,我们假定斜压天气尺度波是由波数为 $k_n\pm\Delta k$ 的一对边带扰动组成。不失一般性,可设方程(7.3)和(7.4)式有下列形式的解

$$\Psi'_{11}=f'_0(X_1)[\exp\{i[(k_n-\Delta k)x-\omega_1 t]\}-\exp\{i[(k_n+\Delta k)x-\omega_2 t]\}]\sin(\frac{m}{2}y)+cc \tag{7.7}$$

$$\Psi'_{21}=f'_0(X_1)[\alpha\exp\{i[(k_n-\Delta k)x-\omega_1 t]\}-\gamma\exp\{i[(k_n+\Delta k)x-\omega_2 t]\}]\sin(\frac{m}{2}y)+cc \tag{7.8}$$

其中

$$\omega_i=k_i\frac{\bar{u}_1+\bar{u}_2}{2}-\frac{\beta(k_i^2+\frac{m^2}{4}+F)k_i}{(k_i^2+\frac{m^2}{4})(k_i^2+\frac{m^2}{4}+2F)}-\omega_{ai},$$

$$\omega_{ai}=\frac{\{[4\beta^2F^2-(k_i^2+\frac{m^2}{4})^2(\bar{u}_1-\bar{u}_2)^2[4F^2-(k_i^2+\frac{m^2}{4})^2]\}^{\frac{1}{2}}}{2(k_i^2+\frac{m^2}{4})(k_i^2+\frac{m^2}{4}+2F)},$$

$$\pi_i=\frac{k_i^2+\frac{m^2}{4}+F}{F}+\frac{[\beta+F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)]k_i}{F(\omega_i-\bar{u}_1k_i)},k_i=k_n+(-1)^i\Delta k,\ (i=1,2),\alpha=\pi_1,\gamma=\pi_2,$$

$m=-\frac{2\pi}{Ly},\Delta k\ll k_n,k_n=nk_0,k_0=\frac{1}{6.371\cos(\varphi_0)}$ 且 $f'_0(X_1)$ 是天气尺度波的实振幅。

在宽广的参数区域内,斜压波(7.7)和(7.8)式的周期低于 7 天。例如取参数 $n=9,R_0=700$km,$Ly=5.0$ 和 $\Delta k=0.75k_0$,边带扰动(7.7)和(7.8)式是稳定的,而且当 $\bar{u}_1=0.75$ 和 $\bar{u}_2=0.7$ 时,这种扰动在 55°N 地区的周期分别为 7 天和 5 天。当选取其他参数时,扰动(7.7)和(7.8)式的周期也可低于 7 天。按照 Holopainen 和 Fortelius (1987)所给出的天气尺度波的定义,边带扰动(7.7)和(7.8)式可以认为是斜压天气尺度波。当斜压天气尺度波给定后,斜压行星尺度波将要发生变形。因此可以认为斜压行星尺度波的振幅是时间和空间的慢变函数。这里引入与第 4 章中(4.6)式相同的变换,并设有与(4.7)式相同的级数解,于是代入方程(7.1)和(7.2)式可得

$$L(\Psi_{13},\Psi_{23})=-\{(\frac{\partial}{\partial T_2}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial X_2})[\nabla^2\Psi_{11}-F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+(\frac{\partial}{\partial T_1}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial X_1})[\nabla^2\Psi_{12}-$$

$$F(\Psi_{12}-\Psi_{22})]+2(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_{11}}{\partial x\partial X_2}+2(\frac{\partial}{\partial T_1}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial X_1})\frac{\partial^2\Psi_{11}}{\partial x\partial X_1}+2(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_{12}}{\partial x\partial X_1}+$$

$$(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_{11}}{\partial X_1^2}+[\beta+F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)](\frac{\partial\Psi_{11}}{\partial X_2}+\frac{\partial\Psi_{12}}{\partial X_1})+J(\Psi_{11},2\frac{\partial^2\Psi_{11}}{\partial x\partial X_1})+$$

$$\frac{\partial\Psi_{11}}{\partial X_1}\frac{\partial}{\partial y}[\nabla^2\Psi_{11}-F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]-\frac{\partial\Psi_{11}}{\partial y}\frac{\partial}{\partial X_1}[\nabla^2\Psi_{11}-F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+$$

$$J[\Psi_{12},\nabla^2\Psi_{11}-F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+J[\Psi_{11},\nabla^2\Psi_{12}-F(\Psi_{12}-\Psi_{22})]+$$

$$imk_n[-2k_n\Delta k+\frac{F(\gamma-\alpha)}{2}]f'^2_0\exp\{i[2\Delta kx-(\omega_2-\omega_1)t]\}\sin(my)\} \tag{7.9}$$

$$\begin{aligned}M(\Psi_{13},\Psi_{23}) = & -\{(\frac{\partial}{\partial T_2}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial X_2})[\nabla^2\Psi_{21}+F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+(\frac{\partial}{\partial T_1}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial X_1})[\nabla^2\Psi_{22}+\\ & F(\Psi_{12}-\Psi_{22})]+2(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_{21}}{\partial x\partial X_2}+2(\frac{\partial}{\partial T_1}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial X_1})\frac{\partial^2\Psi_{21}}{\partial x\partial X_1}+2(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_{22}}{\partial x\partial X_1}+\\ & (\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_{21}}{\partial X_1^2}+[\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)](\frac{\partial\Psi_{21}}{\partial X_2}+\frac{\partial\Psi_{22}}{\partial X_1})+J(\Psi_{21},2\frac{\partial^2\Psi_{21}}{\partial x\partial X_1})+\\ & \frac{\partial\Psi_{21}}{\partial X_1}\frac{\partial}{\partial y}[\nabla^2\Psi_{21}+F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]-\frac{\partial\Psi_{21}}{\partial y}\frac{\partial}{\partial X_1}[\nabla^2\Psi_{21}+F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+\\ & J[\Psi_{22},\nabla^2\Psi_{21}+F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+J[\Psi_{21},\nabla^2\Psi_{22}+F(\Psi_{12}-\Psi_{22})]+\\ & im\alpha\gamma k_n[-2k_n\Delta k+\frac{F}{2}(\frac{1}{\gamma}-\frac{1}{\alpha})]f'^2_0\exp\{i[2\Delta kx-(\omega_2-\omega_1)t]\}\sin(my)\}\end{aligned} \tag{7.10}$$

其中 $\Psi_{11},\Psi_{12},\Psi_{21}$ 和 Ψ_{22} 的方程与方程(4.8)至(4.11)式相同，而且边界条件也与(4.14)式相同。

在方程(7.9)和(7.10)式中，当取参数 $n=9,R_0=700\text{km},Ly=5.0$ 和 $\Delta k=0.75k_0$ 时，若取 $\bar{u}_1=0.75$ 和 $\bar{u}_2=0.7$，在 55°N 地区有 $\omega_2-\omega_1-\omega\approx 0.351$。对于其他的参数，$\omega_2-\omega_1-\omega$ 也很小。例如当 $\bar{u}_1=0.8$ 和 $\bar{u}_2=0.6$ 时，在 55°N 地区有 $\omega_2-\omega_1-\omega\approx 0.3$。在这种情况下，如果取 $\varepsilon=0.34$，那么可近似地将 $\omega_2-\omega_1-\omega$ 写为 $\omega_2-\omega_1-\omega=\varepsilon\Omega$。除此之外，对于 $\Delta k=0.75k_0$，我们有 $k-2\Delta k\approx 0.137$，在这种情况下，我们可以将 $k-2\Delta k$ 写为 $k-2\Delta k=\varepsilon\Delta\kappa$。将(4.15)至(4.16)式和(4.22)至(4.23)式代入方程(7.9)和(7.10)式，消除长期项可得下面的方程

$$i(\frac{\partial A}{\partial T_2}+Cg\frac{\partial A}{\partial X_2})+\lambda\frac{\partial^2 A}{\partial X_1^2}+\delta|A|^2A+\hbar f'^2_0\exp[-i(\Delta\kappa X_1+\Omega T_1)]=0 \tag{7.11}$$

其中 $\hbar=\frac{I_4}{I_0}$，

$I_4=-k_nm\sqrt{Ly/2}\{\frac{[-2k_n\Delta k+F(\gamma-\alpha)/2]}{\bar{u}_1-c}+\frac{[-2k_n\Delta k+F(1/\gamma-1/\alpha)/2]\alpha\gamma\mu}{\bar{u}_2-c}\}$，且其他系数与方程(4.24)式的系数相同。

若使用变换 $A=\frac{1}{\sqrt{\delta}}B,\xi=\frac{1}{\varepsilon\sqrt{2\lambda}}(X_2-CgT_2)=\frac{1}{\sqrt{2\lambda}}(X_1-CgT_1)$ 和 $T=T_2=\varepsilon T_1$，则方程(7.11)式可以改写为

$$i\frac{\partial B}{\partial T}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 B}{\partial\xi^2}+|B|^2B+\sqrt{\delta}\hbar f'^2_0\exp[-i(\Delta\kappa X_1+\Omega T_1)]=0 \tag{7.12}$$

方程(7.12)式是一个强迫的非线性 Schrödinger 方程，它描述了斜压行星尺度波与天气尺度波的耦合。除此之外，由于行星尺度波的振幅 A 包含由天气尺度波所引起的大尺度强迫项 f'_0，因此通过天气尺度波的强迫，斜压行星尺度波的波形会发生变形。同时，斜压天气尺度波 Ψ'_n 的自身也会发生变形。这个过程表示了斜压行星尺度波与斜压天气尺度波的共生关系(Cai 和 Mak，1990)。当 $f'_0=0$ 时，方程(7.12)式变为方程(4.2)式。由于方程(7.12)式的精确解很难得到，因此这里采用散射反演的方法来获得方程(7.12)式的解 (Chen 和 Wei，1994，Hasegawa 和 Kodama，1995)。

利用(4.15)、(4.16)式和(7.7)、(7.8)式可得方程(7.5)和(7.6)式的解 Ψ'_{n2} 为

$$\Psi'_{12} = -\frac{m}{4}\sqrt{\frac{2}{Ly}}Af'_0\exp\{i[(k_1+k)x-(\omega_1+\omega)t]\}[S_1\sin(\frac{3m}{2}y)+W_1\sin(\frac{m}{2}y)]$$
$$+\frac{m}{4}\sqrt{\frac{2}{Ly}}Af'_0\exp\{i[(k_2+k)x-(\omega_2+\omega)t]\}[S_2\sin(\frac{3m}{2}y)+W_2\sin(\frac{m}{2}y)]$$
$$+\frac{m}{4}\sqrt{\frac{2}{Ly}}A^*f'_0\exp\{i[(k_1-k)x-(\omega_1-\omega)t]\}[S_3\sin(\frac{3m}{2}y)+W_3\sin(\frac{m}{2}y)]$$
$$-\frac{m}{4}\sqrt{\frac{2}{Ly}}A^*f'_0\exp\{i[(k_2-k)x-(\omega_2-\omega)t]\}[S_4\sin(\frac{3m}{2}y)+W_4\sin(\frac{m}{2}y)] \quad (7.13)$$

$$\Psi'_{22} = -\frac{m}{4}\sqrt{\frac{2}{Ly}}Af'_0\exp\{i[(k_1+k)x-(\omega_1+\omega)t]\}[G_1\sin(\frac{3m}{2}y)+U_1\sin(\frac{m}{2}y)]$$
$$+\frac{m}{4}\sqrt{\frac{2}{Ly}}Af'_0\exp\{i[(k_2+k)x-(\omega_2+\omega)t]\}[G_2\sin(\frac{3m}{2}y)+U_2\sin(\frac{m}{2}y)]$$
$$+\frac{m}{4}\sqrt{\frac{2}{Ly}}A^*f'_0\exp\{i[(k_1-k)x-(\omega_1-\omega)t]\}[G_3\sin(\frac{3m}{2}y)+U_3\sin(\frac{m}{2}y)]$$
$$-\frac{m}{4}\sqrt{\frac{2}{Ly}}A^*f'_0\exp\{i[(k_2-k)x-(\omega_2-\omega)t]\}[G_4\sin(\frac{3m}{2}y)+U_4\sin(\frac{m}{2}y)] \quad (7.14)$$

其中$S_1 = \frac{(k-2k_1)(Q_1R_2-H_1F)}{R_1R_2-F^2}, W_1 = \frac{(k+2k_1)(Q_1V_2-H_1F)}{V_1V_2-F^2}$,

$S_2 = \frac{(k-2k_2)(T_2Q_2-FH_2)}{T_1T_2-F^2}, W_2 = \frac{(k+2k_2)(J_2Q_2-FH_2)}{J_1J_2-F^2}$,

$S_3 = \frac{(k+2k_1)(\rho_2Q_1-FH_1)}{\rho_1\rho_2-F^2}, W_3 = \frac{(k-2k_1)(\sigma_2Q_1-FH_1)}{\sigma_1\sigma_2-F^2}$,

$S_4 = \frac{(k+2k_2)(\chi_2Q_2-FH_2)}{\chi_1\chi_2-F^2}, W_4 = \frac{(k-2k_2)(\eta_2Q_2-FH_2)}{\eta_1\eta_2-F^2}$,

$G_1 = \frac{(k-2k_1)(R_1H_1-Q_1F)}{R_1R_2-F^2}, U_1 = \frac{(k+2k_1)(V_1H_1-Q_1F)}{V_1V_2-F^2}$,

$G_2 = \frac{(k-2k_2)(T_1H_2-Q_2F)}{T_1T_2-F^2}, U_2 = \frac{(k+2k_2)(J_1H_2-Q_2F)}{J_1J_2-F^2}$,

$G_3 = \frac{(k+2k_1)(\rho_1H_1-Q_1F)}{\rho_1\rho_2-F^2}, U_3 = \frac{(k-2k_1)(\sigma_1H_1-Q_1F)}{\sigma_1\sigma_2-F^2}$,

$G_4 = \frac{(k+2k_2)(\chi_1H_2-Q_2F)}{\chi_1\chi_2-F^2}, U_4 = \frac{(k-2k_2)(\eta_1H_2-Q_2F)}{\eta_1\eta_2-F^2}$,

$Q_i = k^2+m^2-(k_i^2+\frac{m^2}{4})+F(\pi_i-\mu), H_i = [k^2+m^2-(k_i^2+\frac{m^2}{4})]\pi_i\mu-F(\pi_i-\mu)$,

$R_i = [\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)(-1)^i](k_1+k)-[\bar{u}_i(k_1+k)-(\omega_1+\omega)][(k_1+k)^2+\frac{9m^2}{4}+F]$,

$V_i = [\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)(-1)^i](k_1+k)-[\bar{u}_i(k_1+k)-(\omega_1+\omega)][(k_1+k)^2+\frac{m^2}{4}+F]$,

$T_i = [\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)(-1)^i](k_2+k)-[\bar{u}_i(k_2+k)-(\omega_2+\omega)][(k_2+k)^2+\frac{9m^2}{4}+F]$,

$J_i = [\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)(-1)^i](k_2+k)-[\bar{u}_i(k_2+k)-(\omega_2+\omega)][(k_2+k)^2+\frac{m^2}{4}+F]$,

$$\rho_i=[\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)(-1)^i](k_1-k)-[\bar{u}_i(k_1-k)-(\omega_1-\omega)][(k_1-k)^2+\frac{9m^2}{4}+F],$$

$$\sigma_i=[\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)(-1)^i](k_1-k)-[\bar{u}_i(k_1-k)-(\omega_1-\omega)][(k_1-k)^2+\frac{m^2}{4}+F],$$

$$\chi_i=[\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)(-1)^i](k_2-k)-[\bar{u}_i(k_2-k)-(\omega_2-\omega)][(k_2-k)^2+\frac{9m^2}{4}+F]$$

且 $\eta_i=[\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)(-1)^i](k_2-k)-[\bar{u}_i(k_2-k)-(\omega_2-\omega)][(k_2-k)^2+\frac{m^2}{4}+F]$,

$(i=1,2)$

(7.13)和(7.14)式分别表示上下两层天气尺度波的第二阶修正。它反映了斜压行星尺度波对斜压天气尺度波的反馈。不难发现由于(7.13)和(7.14)式包含有上下两层的平均西风,因此上下两层平均西风的改变也会影响行星尺度斜压波对斜压天气尺度波的反馈。在第 4 章中我们已详细讨论了上下两层基流的垂直切变对上下两层包络 Rossby 孤立子结构的影响。在下面我们将详细研究斜压包络 Rossby 孤立子与斜压天气尺度波之间的相互作用。

7.4 斜压两层模式中包络 Rossby 孤立子和天气尺度波之间的相互作用与斜压 Berggren 型阻塞的形成

要研究斜压包络 Rossby 孤立子与斜压天气尺度波之间的相互作用,必须首先获得方程(7.14)式的解。这里仍使用第 5 章所介绍的扰动散射反演方法(Hasegawa 和 Kodama,1995)。

在这一章中,局地的天气尺度波被设计来描述大西洋上偶极子阻塞的上游地区风暴路径处所观测到的斜压天气尺度扰动(Holopainen 和 Fortelius,1987; Vautard 等,1988a,b)。不失一般性,天气尺度波的振幅的分布可以设为下列形式

$$f'_0=a'_0\exp[-\varepsilon^2\nu(x+x_0)^2] \tag{7.15}$$

其中 $\nu>0$,且 x_0 表示天气尺度波所产生强迫的位值。

当 $x_0>0$ 时,局地的天气尺度波位于包络 Rossby 孤立子的上游。Colucci (1987)的观测发现在 500hPa 上行星尺度脊上游的加深的气旋通常有利于阻塞的建立和西退。对于天气尺度波与偶极子阻塞的相互作用,可存在类似的特征(Illari,1984; Holopainen 和 Fortelius,1987)。这些观测事实充分说明建立偶极子阻塞和上游天气尺度波之间的相互作用是非常必要的。由于天气尺度波位于阻塞的上游,因此我们仅考虑 $x_0>0$ 的情况。

当方程(7.12)式具有包络孤立子解时,包络孤立子解的一般形式可以设为(Hasegawa 和 Kodama,1995)

$$B(\xi,T)=\eta(T)\mathrm{sech}\{\eta(T)[\xi-\xi_0(T)]\}\exp\{-\mathrm{i}K_0(T)[\xi-\xi_0(T)]+\mathrm{i}\theta(T)\} \tag{7.16}$$

其中 $\eta(T)$,$K_0(T)$,$Z_0(T)$ 和 $\theta(T)$ 是慢变函数,它们分别表示孤立子振幅,频率,群速度和位相。

定义 $\varepsilon\eta(\varepsilon^2t)=\sqrt{\delta}M(t)$,$Z(t)=\frac{Z_0(\varepsilon^2t)\ \sqrt{2\lambda}}{\varepsilon}$,$\varepsilon K_0(\varepsilon^2t)=K(t)$ 和 $\theta(\varepsilon^2t)=P(t)$,利用(5.16)至(5.19)式可获得孤立子参数方程

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}=\hbar\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}Ma'^2_0\int_{-\infty}^{\infty}f_0(x')\mathrm{sech}\mathscr{R}\sin[(k-2\Delta k)(x'+Cgt+Z)+$$

$$(\omega_2-\omega_1-\omega)t-\frac{K}{\sqrt{2\lambda}}x'+P]\mathrm{d}x' \tag{7.17}$$

$$\frac{dK}{dt} = -\hbar\frac{\delta}{\sqrt{2\lambda}}Ma'^2_0\int_{-\infty}^{\infty}f_0(x')\mathrm{sech}\mathscr{R}\tanh\mathscr{R}\cos[(k-2\Delta k)(x'+Cgt+Z)+(\omega_2-\omega_1-\omega)t-\frac{K}{\sqrt{2\lambda}}x'+P]dx' \tag{7.18}$$

$$\frac{dZ}{dt} = -K\sqrt{2\lambda}+\frac{\delta}{\sqrt{2\lambda}}\hbar a'^2_0M\int_{-\infty}^{\infty}f_0(x')x'\mathrm{sech}\mathscr{R}\sin[(k-2\Delta k)(x'+Cgt+Z)+(\omega_2-\omega_1-\omega)t-\frac{K}{\sqrt{2\lambda}}x'+P]dx' \tag{7.19}$$

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{1}{2}(K^2-\delta M^2)-\frac{K}{\sqrt{2\lambda}}\frac{dZ}{dt}+\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}\hbar a'^2_0M\int_{-\infty}^{\infty}f_0(x')\mathrm{sech}\mathscr{R}(1-\mathscr{R}\tanh\mathscr{R})\times\cos[(k-2\Delta k)(x'+Cgt+Z)+(\omega_2-\omega_1-\omega)t-\frac{K}{\sqrt{2\lambda}}x'+P]dx' \tag{7.20}$$

其中 $a_0=\varepsilon a'_0, x'=x-Cgt-Z, \mathscr{R}=\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}Mx'$，且 $f_0(x')=\exp[-2\varepsilon^2\nu(x'+Cgt+Z+x_0)^2]$。

方程(7.17)至(7.20)式描述由天气尺度波所引起的行星尺度波的变形。当这些孤立子参数的解被确定后，变形的行星尺度波对天气尺度波的反馈作用也能够被确定。

利用(7.16)式，可得在局地天气尺度波强迫作用下上下两层包络 Rossby 孤立子的流函数解为

$$\tilde{\Psi}_1 = -\bar{u}_1y+2\sqrt{\frac{2}{Ly}}M(t)\mathrm{sech}\{\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}M(t)[x-Cgt-Z(t)]\}\times\cos\{kx-\omega t-\frac{K(t)}{\sqrt{2\lambda}}[x-Cgt-Z(t)]+P(t)\}\sin(my)+O(\varepsilon^2) \tag{7.21}$$

$$\tilde{\Psi}_2 = -\bar{u}_2y+2\sqrt{\frac{2}{Ly}}\mu M(t)\mathrm{sech}\{\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}M(t)[x-Cgt-Z(t)]\}\times\cos\{kx-\omega t-\frac{K(t)}{\sqrt{2\lambda}}[x-Cgt-Z(t)]+P(t)\}\sin(my)+O(\varepsilon^2) \tag{7.22}$$

而当考虑行星尺度包络 Rossby 孤立子反馈作用时，斜压天气尺度波上下两层的流函数解可以表示为

$$\begin{aligned}\Psi'_1 = {} & 2a_0f(x)[\cos(k_1x-\omega_1t)-\cos(k_2x-\omega_2t)]\sin(\frac{m}{2}y)-\frac{m}{2}\sqrt{\frac{2}{Ly}}a_0M(t)f(x)\times \\ & \mathrm{sech}[\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}M(t)X_m]\cos[(k_1+k)x-(\omega_1+\omega)t-\Theta(t)][S_1\sin(\frac{3m}{2}y)+W_1\sin(\frac{m}{2}y)]+ \\ & \frac{m}{2}\sqrt{\frac{2}{Ly}}a_0f(x)M(t)\mathrm{sech}[\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}M(t)X_m]\cos[(k_2+k)x-(\omega_2+\omega)t-\Theta(t)]\times \\ & [S_2\sin(\frac{3m}{2}y)+W_2\sin(\frac{m}{2}y)]-\frac{m}{2}\sqrt{\frac{2}{Ly}}a_0f(x)M(t)\mathrm{sech}[\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}M(t)X_m]\times \\ & \cos[(k_1-k)x-(\omega_1-\omega)t+\Theta(t)][S_3\sin(\frac{3m}{2}y)+W_3\sin(\frac{m}{2}y)]-\end{aligned}$$

$$\frac{m}{2}\sqrt{\frac{2}{Ly}}a_0f(x)M(t)\text{sech}[\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}M(t)X_m]\cos[(k_2-k)x-(\omega_2-\omega)t+\Theta(t)]\times$$
$$[S_4\sin(\frac{3m}{2}y)+W_4\sin(\frac{m}{2}y)] \tag{7.23}$$

$$\Psi'_2=2a_0f(x)[a\cos(k_1x-\omega_1t)-\gamma\cos(k_2x-\omega_2t)]\sin(\frac{m}{2}y)-\frac{m}{2}\sqrt{\frac{2}{Ly}}a_0M(t)f(x)\times$$
$$\text{sech}[\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}M(t)X_m]\cos[(k_1+k)x-(\omega_1+\omega)t-\Theta(t)][G_1\sin(\frac{3m}{2}y)+U_1\sin(\frac{m}{2}y)]+$$
$$\frac{m}{2}\sqrt{\frac{2}{Ly}}a_0f(x)M(t)\text{sech}[\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}M(t)X_m]\cos[(k_2+k)x-(\omega_2+\omega)t-\Theta(t)]\times$$
$$[G_2\sin(\frac{3m}{2}y)+U_2\sin(\frac{m}{2}y)]-\frac{m}{2}\sqrt{\frac{2}{Ly}}a_0f(x)M(t)\text{sech}[\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}M(t)X_m]\times$$
$$\cos[(k_1-k)x-(\omega_1-\omega)t+\Theta(t)][G_3\sin(\frac{3m}{2}y)+U_3\sin(\frac{m}{2}y)]-$$
$$\frac{m}{2}\sqrt{\frac{2}{Ly}}a_0f(x)M(t)\text{sech}[\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}M(t)X_m]\cos[(k_2-k)x-(\omega_2-\omega)t+\Theta(t)]\times$$
$$[G_4\sin(\frac{3m}{2}y)+U_4\sin(\frac{m}{2}y)] \tag{7.24}$$

其中 $X_m=x-Cgt-Z(t)$，$\Theta(t)=\frac{K(t)}{\sqrt{2\lambda}}[x-Cgt-Z(t)]-P(t)$ 且 $f(x)=e^{-\epsilon^2\nu(x+x_0)^2}$。

为了获得方程(7.17)至(7.20)式的数值解，四阶 Rung-Kutta 方法被用来求解这些孤立子参数方程，其中所取的参数为 $R_0=700$ km，$Ly=5.0$，$n=9$，$2\Delta k=0.75k$，$\nu=0.45$，$\epsilon=0.34$ 和 $x_0=2.87$。当 $x_0=2.87$ 时，天气尺度波的最大区域位于斜压包络 Rossby 孤立子上游 $\pi/2$ 处。除此之外，为了研究上下层基流之间的垂直切变对行星尺度斜压包络 Rossby 孤立子与天气尺度波之间相互作用的影响，我们分两种情况来讨论方程(7.17)至(7.20)式的数值解。一种情况就是讨论弱垂直切变的影响(例如 $\bar{u}_1=0.75$ 和 $\bar{u}_2=0.7$)；另一种情况就是讨论强垂直切变的影响(例如 $\bar{u}_1=0.7$ 和 $\bar{u}_2=0.4$，实际上它表示弱的垂直切变。但它相对于基本流 $\bar{u}_1=0.75$ 和 $\bar{u}_2=0.7$ 的垂直切变来说可以称为强切变)。这里基于(7.21)和(7.22)式定义 $Cpm=\omega/k-(\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t})/k-(Cgt\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}t}+KCg+\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}t})/(\sqrt{2\lambda}k)$ 和 $Cgm=Cg+\mathrm{d}Z/\mathrm{d}t$，他们分别表示包络 Rossby 孤立子的相速和群速。正如以后我们将要指出的那样，基本流的垂直切变将影响斜压包络 Rossby 孤立子(偶极子阻塞)与天气尺度波之间的相互作用。

7.3.1 弱切变基流的影响($\bar{u}_1=0.75$ 和 $\bar{u}_2=0.7$)

取参数 $M(0)=0.6$，$K(0)=0.0$，$Z(0)=0.0$，$P(0)=0.0$，$\bar{u}_1=0.75$ 和 $\bar{u}_2=0.7$，于是图 7.1 给出了在 $a_0=0.17$ 和 $a_0=0.15$ 的情况下方程(7.17)至(7.20)式的数值解。

从图 7.1 中可以发现对于 $a_0=0.17$，当局地天气尺度波向下游传播并与斜压包络 Rossby 孤立子相互作用时，包络 Rossby 孤立子的变形是明显的。除此之外，可以发现在孤立子与天气尺度波相互作用的过程中，包络 Rossby 孤立子的振幅可以从初始时刻的 0.6 增加到第 10 天的 1.03，随后它又逐渐减小并在第 20 天达到 0.67。这以后包络 Rossby 孤立子的振幅又

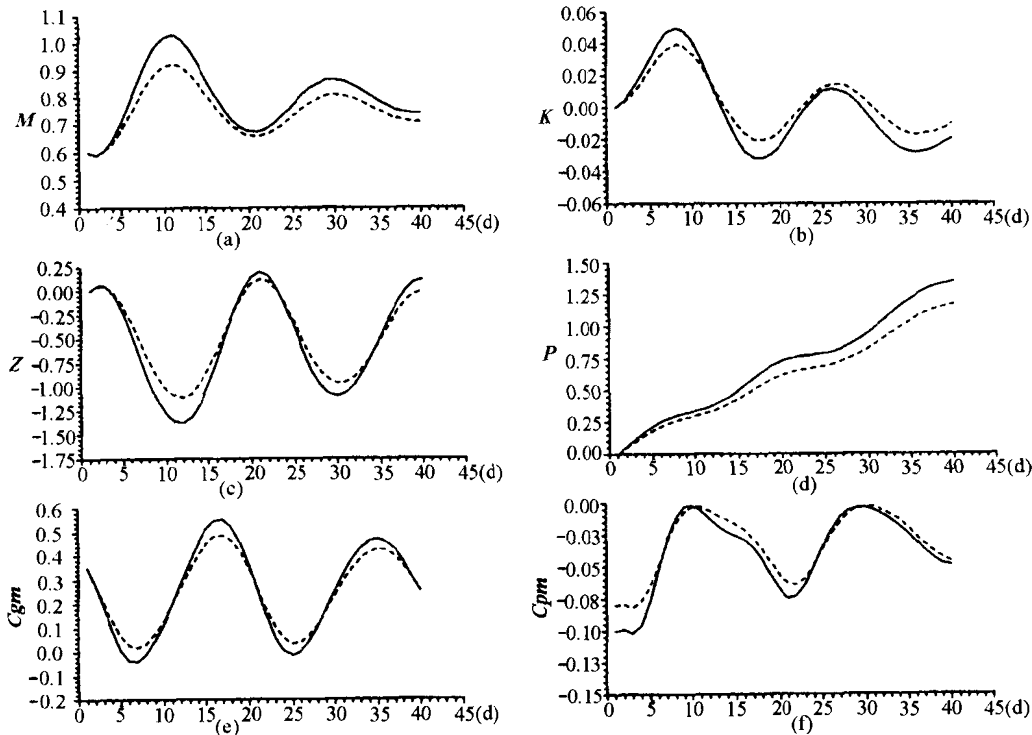


图 7.1 方程(7.17)至(7.20)式的数值解。这里所取的参数为 $M(0)=0.6$,$K(0)=0.0$,$Z(0)=0.0$,$P(0)=0.0$,$\bar{u}_1=0.75$ 和 $\bar{u}_2=0.7$,其中实线表示 $a_0=0.17$ 的情况,而虚线表示 $a_0=0.15$ 的情况

出现新的振荡。在包络 Rossby 孤立子放大过程中在第 12 天之前 K 始终是正值。这说明在第 12 天之前,在斜压天气尺度波强迫作用下,斜压包络 Rossby 孤立子的波数 $k-K/\sqrt{2\lambda}$ 减小(亦即它的波长变长)。另外,我们注意到斜压包络 Rossby 孤立子的群速度 Cgm 随时间也是减少的,而且在第 6 天达到最小值 -0.04。之后,包络 Rossby 孤立子的群速度 Cgm 又开始随时间增加并在第 13 天恢复到它的初始值。在第 4 天至第 8 天期间,包络 Rossby 孤立子的群速度 Cgm 总是保持为一小值,而孤立子的相速从初始值的 -0.1 变到第 9 天的 0.0 值。这说明在天气尺度波的强迫作用下斜压包络 Rossby 孤立子将变慢。因此上面的特点可以用来描述斜压天气尺度波所引起的斜压包络 Rossby 孤立子的放大和维持。如果将斜压包络 Rossby 孤立子看成是偶极子阻塞的话,那么上游天气尺度波的作用就是放大偶极子阻塞的振幅,减小它的群速和相速(绝对值)。这就是为什么斜压天气尺度波能够强迫和维持偶极子阻塞的原因(Berggren 等,1949; Shutts,1983; Colucci,1987; Holopainen 和 Fortelius,1987; Vautard 等,1988a,b)。对于 $a_0=0.15$,则存在类似的特点。必须指出的是,如果斜压包络 Rossby 孤立子的初始振幅取得太小的话,即使在天气尺度波强迫作用下它振幅的放大也不明显。另一方面,不难发现当斜压包络 Rossby 孤立子发生变形时,天气尺度波也将发生变形。这个结果与正压的情况是一致的。为了与正压的情况进行比较,这里给出斜压包络 Rossby 孤立子和天气尺度波的流场。

在与图 7.1 相同的参数条件下,图 7.2 给出了在 55°N 地区斜压包络 Rossby 孤立子与斜压天气尺度波 ($\alpha_0=0.17$) 相互作用时上下两层包络 Rossby 孤立子的瞬时流函数场 $\hat{\Psi}_n$($n=$

1,2),而图 7.3 给出了上下两层天气尺度波的瞬时场 $\Psi'_n(n = 1,2)$ 。

在图 7.2 中天气尺度波已经被滤掉了。从这个图中可以发现,由于斜压包络 Rossby 孤立子的初始振幅取得比较小 ($M(0) = 0.6$),因此在初始时刻,上下两层包络 Rossby 孤立子并不具有闭合的偶极子环流。尽管在第 3 天斜压包络 Rossby 孤立子的振幅有所放大,然而上下两层的流场仍没有闭合的偶极子环流。但在第 6 天斜压包络 Rossby 孤立子的振幅变得很强,以致于上下两层的流场具有闭合的偶极子结构。特别是在第 9 天,上下两层包络 Rossby 孤立子的偶极子结构似乎达到最大强度(实际上最大强度在第 10 天)。之后,由于 Cgm 的增加,上下两层包络 Rossby 孤立子的偶极子结构开始减弱,例如,在第 12 天偶极子结构相对于第 9 天来说变弱了,但仍具有闭合的偶极子环流。然而在第 15 天,上下两层偶极子结构的强度已变得很弱了,从流场上看不到闭合的偶极子阻塞环流。因此通过上游的天气尺度波的强迫,下游的小振幅斜压包络 Rossby 孤立子可以放大成较强的偶极子阻塞结构。这个过程可以根据斜压天气尺度波所产生的大尺度项 $f'^2_0\exp\{i[2\Delta kx - (\omega_2 - \omega_1)t]\}\sin(my)$ 的水平分布来加以解释。按照这个表达式,不难发现斜压天气尺度波将它们的正涡度和负涡度分别注入到下游包络 Rossby 孤立子所描述的弱偶极子结构的低压和高压区,这个过程将导致弱偶极子阻塞结构的强化。当(7.23)和(7.24)式代入到表达式 $J[\Psi'_n, \nabla^2\Psi'_n + (\Psi'_1 - \Psi'_2)(-1)^n]_p$ 中,我们便可以确定 $J[\Psi'_n, \nabla^2\Psi'_n + (\Psi'_1 - \Psi'_2)(-1)^n]_p$ 的结构。可以发现它的分布与 Vautard 等(1988a,b)所获得的大尺度涡动强迫项的分布是非常一致的。图 7.3 给出了包含斜压包络 Rossby 孤立子的反馈作用时上下两层天气尺度波的流场。从这个图中可以发现,在天气尺度波变形的过程中,上层的天气尺度波逐渐分裂成两支,而下层的天气尺度波则分裂成三支,这与正压模式所得到的结果略有不同。在正压模式中天气尺度波只分裂成两支。Holopainen 和 Fortelius (1987) 只给出了偶极子阻塞期间 300 hPa 上的天气尺度波的分布,而 Vautard 等(1988a,b)在两层模式中也只给出上层天气尺度波的流场结构。他们的结果表明在偶极子阻塞期间大气上层的天气尺度波主要分裂成两支,这说明我们的结果是正确的。对于下层的天气尺度波,由于观测事实很少,我们无法进行比较。尽管如此,我们的模式可以很好地描述偶极子阻塞与天气尺度波的耦合。图 7.4 给出了斜压包络 Rossby 孤立子与斜压天气尺度波相互作用时上下两层的大气流场 $\Psi_n(\Psi_n = \hat{\Psi}_n + \Psi'_{n1})$。

从图 7.4 中可以发现,在初始时刻,在 $x = 0$ 处可以观测到了一个高压脊,由于这个高压脊比较弱,因此它通常被称为高指数环流(Vautard,1988a)。同时在大尺度高压脊的上游可以明显地观测到小尺度槽脊,这种小尺度槽脊就是所谓的斜压天气尺度波。当这种天气尺度波向东传播并与下游弱的阻塞脊发生相互作用时,斜压天气尺度波要发生分裂,而阻塞要加强并发展成为一个 Berggren 型阻塞,这种阻塞在第 6 天,第 9 天和第 12 天比较明显。在低层,在阻塞区域气旋或反气旋涡的数目比上层的要得多,也就是说,在偶极子阻塞的形成过程中低层阻塞区域的多涡结构比较明显,而上层的多涡结构相对于下层而言不是太明显。另一方面,可以发现偶极子阻塞的持续时间大约为 15 天,它与观测到的偶极子阻塞的时间尺度是一致的(Malanotte-Rizzoli 和 Malguzzi,1987)。Berggren 等(1949)和 Colucci(1987)指出斜压天气尺度波对偶极子阻塞的形成起着很重要的作用,我们这里所建立的两层模式充分地证明了这一点。当然包络 Rossby 孤立子的初始振幅不能太小,必须要求一定的临界振幅。否则即使考虑天气尺度波的强迫,包络 Rossby 孤立子也不能放大成偶极子阻塞。这一点已被 Colucci (1987)诊断结果所证实,他指出,在阻塞和天气尺度波相互作用的过程中,阻塞的初始振幅和

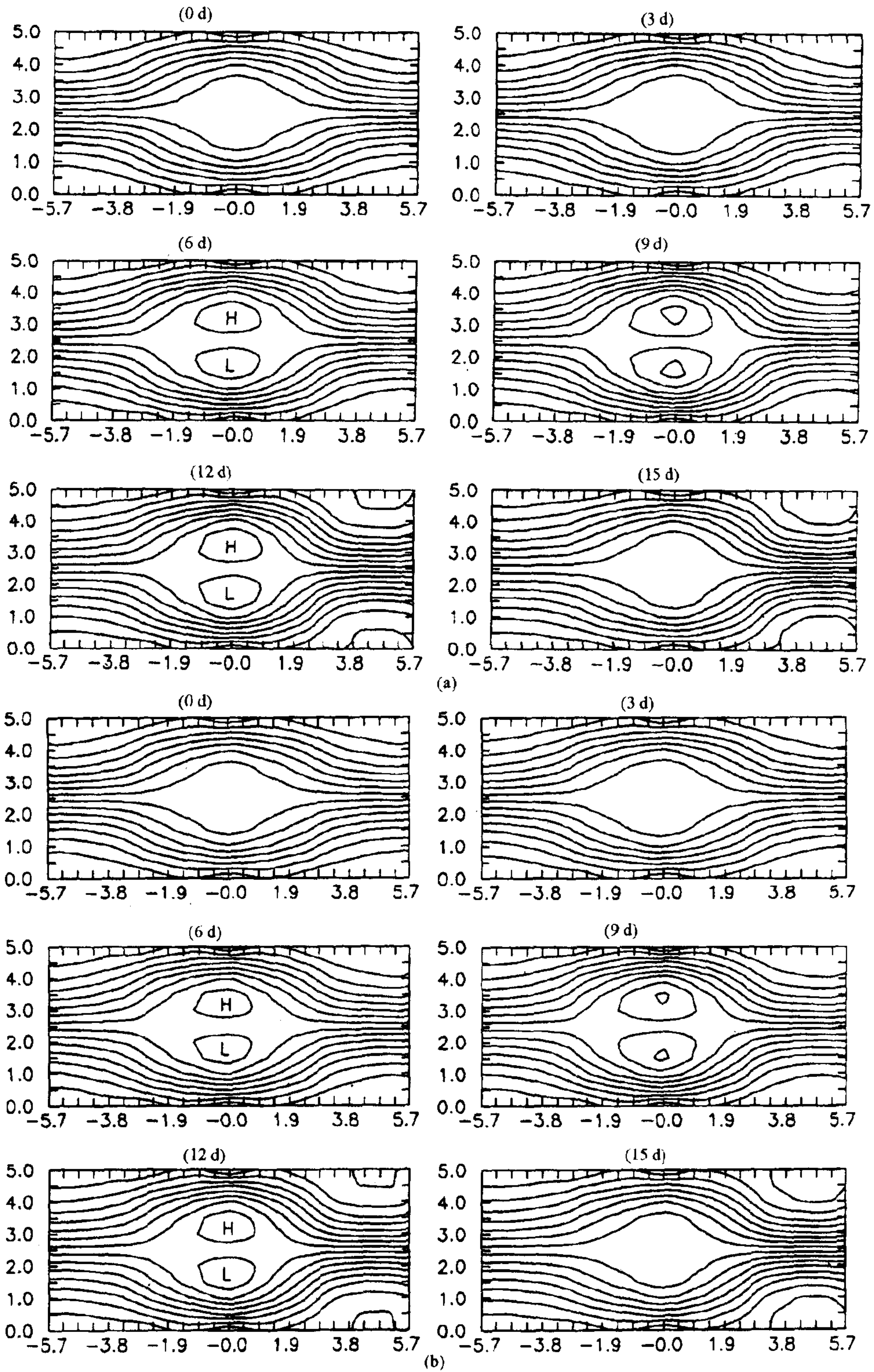


图 7.2　在 55°N 地区斜压包络 Rossby 孤立子与斜压天气尺度波相互作用时上(a)、下(b)层包络 Rossby 孤立子的瞬时流函数场 $\tilde{\Psi}_n(n=1,2)$，其中 $a_0=0.17$，等值线间距为 0.25(a)，0.233(b)

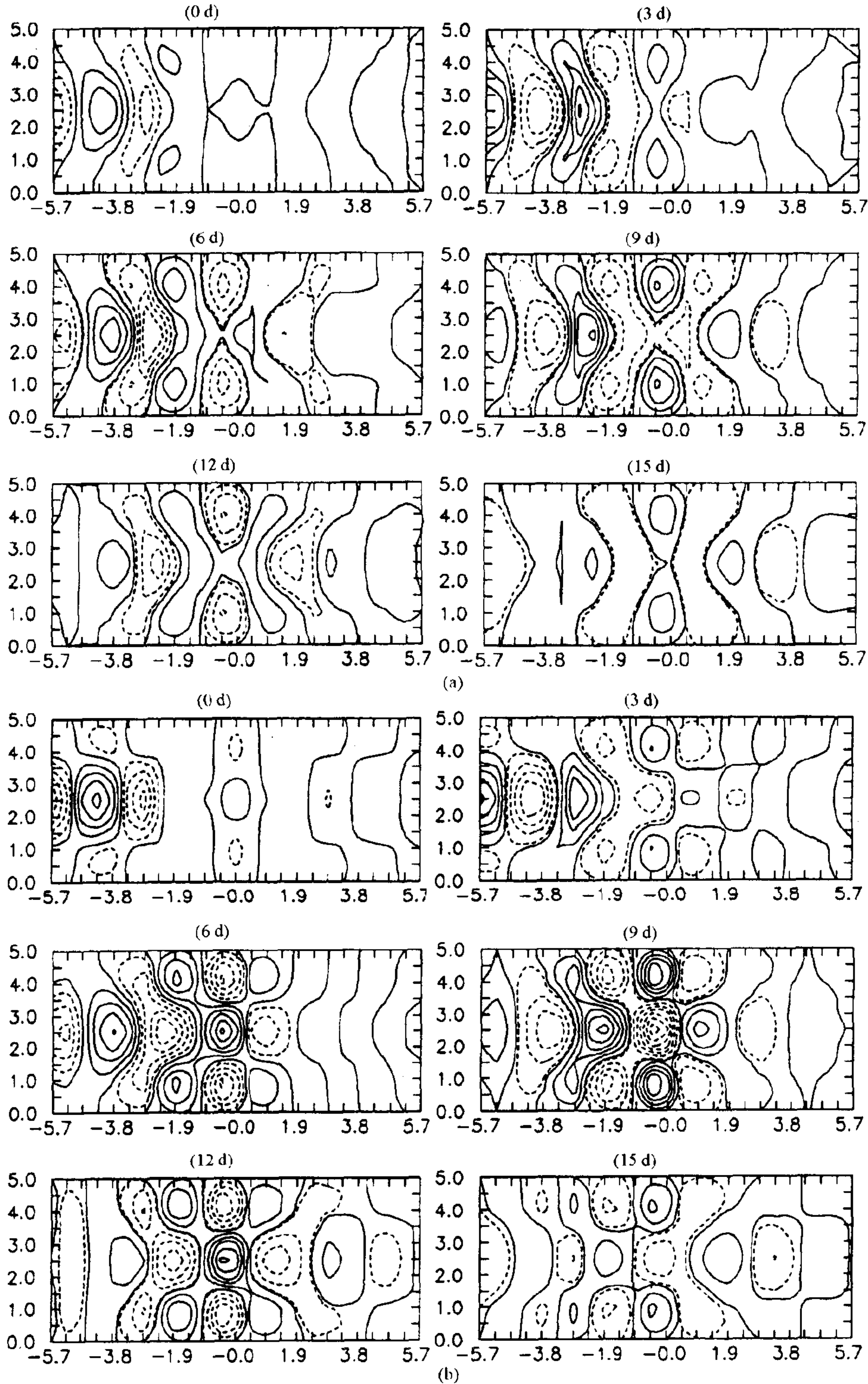


图 7.3 在 55°N 地区斜压包络 Rossby 孤立子与斜压天气尺度波相互作用时上(a)、下(b)层天气尺度波的瞬时流函数场 $\Psi'_n(n=1,2)$，参数条件与图 7.2 相同，虚线表示负的流函数，等值线间距分别为 0.2(a)，0.3(b)

天气尺度波的强度都必须要求一定的临界值，否则他们之间不发生相互作用。

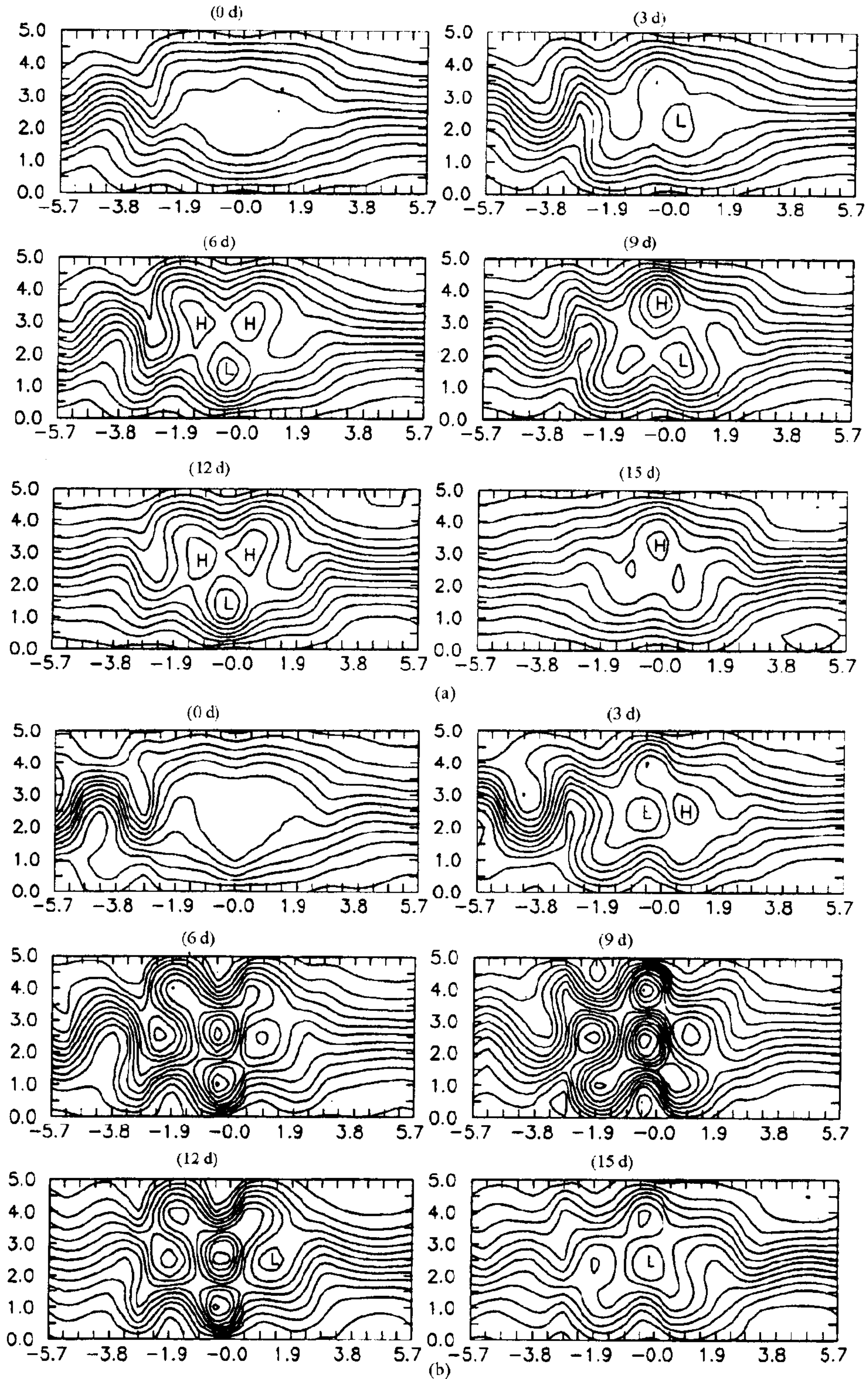


图 7.4 在 55°N 地区斜压包络 Rossby 孤立子与斜压天气尺度波相互作用时上(a)、下(b)层的大气流场 Ψ_n，其参数与图 7.2 相同，等值线间距为 0.3

7.3.2 强切变基流的影响 ($\bar{u}_1 = 0.7$ 和 $\bar{u}_2 = 0.4$)

在与图 7.1 相同的参数条件下，对于 $\bar{u}_1 = 0.7$ 和 $\bar{u}_2 = 0.4$ 我们可以给出方程(7.17)至(7.20)式的数值结果。不难发现，在较强切变基流作用的情况下，由天气尺度波所引起的包络 Rossby 孤立子振幅的增加要快一些，而它的群速和相速变化的幅度也较大。这说明基流的垂直切变对偶极子阻塞与天气尺度波之间的相互作用是有影响的。在另一方面，从包络 Rossby 孤立子的流场图 $\widetilde{\Psi}_n(n = 1,2)$ 不难发现，基流具有强切变时，高压脊发展成为偶极子阻塞也要迅速些，然而与此同时偶极子阻塞的衰减也很迅速。从大气总的流场 $\Psi_n(\Psi_n = \widetilde{\Psi}_n + \Psi'_{n1})$ 可以看出，在强切变基流作用下，由天气尺度波强迫所产生的 Berggren 型阻塞的持续时间明显变短，而且上层偶极子阻塞的多涡结构也变得不明显，但在低层的阻塞区多涡结构仍然很明显。顺便指出，在这一章中即使没有考虑高阶线性项的作用，仍可发现天气尺度波有利于偶极子阻塞向西移动，因此我们可以推断在天气尺度波强迫作用下要形成长生命的、西移的偶极子阻塞，必须要求有弱的垂直切变。这也许在某种程度上可以解释为什么偶极子阻塞具有相当正压结构。

7.5 小结

在这一章中，在一个两层模式中我们研究了斜压包络 Rossby 孤立子与天气尺度波之间的相互作用。可以发现这种相互作用不仅依赖于斜压包络 Rossby 孤立子初始振幅的大小和天气尺度波的强度，而且还依赖于上下层基本西风的垂直切变，主要结果如下：

(1)在一定的条件下，斜压包络 Rossby 孤立子与斜压天气尺度波之间的耦合能够发生。斜压天气尺度波的作用就是增加斜压包络 Rossby 孤立子(偶极子)的振幅，减小它的群速和相速，从而使偶极子阻塞能够形成和维持(Berggren 等，1949；Green，1977；Shutts，1983)。这一点与正压模式所得的结果是一样的。

(2)在孤立子(偶极子阻塞)与天气尺度波相互作用的过程中，由于偶极子阻塞的反馈大气上层的天气尺度波可以分裂成两支(Holopainen 和 Fortelius，1987)，而下层的天气尺度波可以分裂成三支。其特征与正压模式所得到的结果不一样。

(3)上下两层基流的垂直切变对偶极子阻塞的持续时间有重要影响。切变越大，偶极子阻塞的持续时间越短，只有当上下两层基流的垂直切变较小时，偶极子阻塞的持续时间则较长。因此持续时间较长的偶极子阻塞需要弱的垂直切变。这也许可以解释为什么偶极子阻塞具有相当正压结构(McWilliams，1980)。其次，在这个斜压 Berggren 型阻塞的形成过程中，下层阻塞区域的多涡结构明显要比上层阻塞区的要强，而且数目要多，这是正压模式所不能反映的。

由于大气阻塞不仅仅依赖于天气尺度的强迫和大气的斜压性，而且还依赖于大尺度地形的强迫(Egger，1978；Charney 和 Devore，1979；Tung 和 Lindzen，1979；Ji 和 Tibaldi，1983；Legras 和 Ghil，1985)，为了区别天气尺度波和大尺度地形强迫的作用，在第 8 章和第 9 章我们将讨论包络 Rossby 孤立子与大尺度地形的近共振相互作用。

8 正压大气中缓慢移动的包络 Rossby 孤立子与双波地形的近共振相互作用和阻塞的形成

本章提出了大气中局地阻塞形成的新的理论模型。首先在 LG 型 dipole 近共振条件下用迭代摄动方法导出了描述缓慢移动的包络 Rossby 孤立子与双波地形近共振相互作用所满足的参数激发的高阶非线性 Schrödinger 方程。当不考虑高阶项时它变为 Miles 方程。基于这个方程我们首先给出了定常态的近共振强迫包络 Rossby 孤立子的稳定性判据,然后我们用数值方法对这个 Miles 方程进行了数值求解,讨论了双波地形的近共振强迫在形成偶极子阻塞中的作用。其次,我们用扰动散射反演方法对高阶非线性 Schrödinger 方程进行了求解,结果发现双波地形的近共振强迫作用就是增大阻塞的振幅,减小它的群速和相速,从而使阻塞从频散系统变成弱频散甚至非频散系统。这样的一个过程将导致阻塞能够形成和维持。另外,阻塞的形状还被发现依赖于纬度分布,亦即偶极子阻塞主要在高纬度地区产生,而阻高的纬度要低一些。

8.1 引言

大量的观测事实表明,局地阻高和偶极子阻塞不仅与天气尺度波的强迫有关(Green, 1977; Hansen 和 Chen, 1982; Shutts, 1983; Holopainen 和 Fortelius, 1987; Vautard 等, 1988a, b; Malguzzi, 1993),而且还与地形和热源等强迫因子有关(Egger, 1978; Tung 和 Lindzen, 1979; Charney 和 Devore, 1979; Ji 和 Tibaldi, 1983; Legras 和 Ghil, 1985)。一个非常有趣的问题就是为什么大多数阻塞形势通常产生在两大洋上呢?而且地形到底起什么作用?这个问题直到现在仍没有完全解决。在前两章中我们已讨论了包络 Rossby 孤立子与天气尺度波之间的相互作用。在这一章中我们将研究包络 Rossby 孤立子与大尺度地形之间的近共振相互作用。由于在北半球中高纬度地区两大洋和两大陆的地形分布可以近似地考虑成双波地形(Charney 和 Devore, 1979; Legras 和 Ghil, 1985; Li 等, 1986),因此研究双波地形对包络 Rossby 孤立子的近共振强迫作用具有很重要的意义。为了简化问题,在这一章中我们仍使用相当正压模式来讨论我们的问题。

8.2 相当正压模式和参数激发的高阶非线性 Schrödinger 方程的获得

在正压大气中,在 β 平面上包含地形的无量纲的正压涡度方程可以写为(Charney 和 Devore, 1979; Luo, 1997)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla^2\Psi - F\Psi) + \mathrm{J}(\Psi, \nabla^2\Psi + h) + \beta\frac{\partial\Psi}{\partial x} = 0 \tag{8.1}$$

其中 h 表示无量纲的地形高度分布，而 $\bar{h}=1000$ m 取为地形的特征高度。其他参数与方程(2.1)式相同。其边界条件也与(2.2)式相同。

在北半球中高纬度地区，大尺度地形可以近似地考虑成 2 波地形(即两大洋两大陆)(Charney 和 Devore，1979；Li 等，1986)。在不考虑非线性项作用的情况下，Tung 和 Lindzen (1979)指出地形强迫波与自由 Rossby 波同量级。在这种情况下，按 Luo(1997)的方法可引入一个地形振幅参数 ε，以致于方程(8.1)式的解 Ψ 和地形的高度能表示为

$$\Psi = -\bar{u}y + \varepsilon\Psi', h = \varepsilon h' \tag{8.2}$$

其中 $\bar{u}$ 是均匀基本西风风速，且 $\gamma_0 \leqslant \varepsilon \ll 1.0, \gamma_0 = U/(f_0L) \approx 0.1$ 是局地 Rossby 数。

将(8.2) 代入方程(8.1)式有

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)(\nabla^2\Psi' - F\Psi') + \varepsilon\mathrm{J}(\Psi', \nabla^2\Psi' + h') + (\beta + F\bar{u})\frac{\partial\Psi'}{\partial x} + \bar{u}\frac{\partial h'}{\partial x} = 0 \tag{8.3}$$

按照第 3 章的方法可以引入慢变的时间和空间坐标

$$\xi = \varepsilon(x - Cgt), T = \varepsilon^2 t \tag{8.4}$$

将 (8.4) 代入方程(8.3)式，我们可得

$$\begin{aligned}&\mathrm{L}(\Psi') + \bar{u}\frac{\partial h'}{\partial x} + \varepsilon\Big[(\bar{u} - Cg)\frac{\partial}{\partial\xi}(\nabla^2\Psi' - F\Psi') + 2\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)\frac{\partial^2\Psi'}{\partial x\partial\xi} + (\beta + F\bar{u})\frac{\partial\Psi'}{\partial\xi} + \\ &\mathrm{J}(\Psi', \nabla^2\Psi' + h')\Big] + \varepsilon^2\Big[\frac{\partial}{\partial T}(\nabla^2\Psi' - F\Psi') + 2(\bar{u} - Cg)\frac{\partial^3\Psi'}{\partial x\partial\xi^2} + \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)\frac{\partial^2\Psi'}{\partial\xi^2} + \\ &\mathrm{J}\left(\Psi', 2\frac{\partial^2\Psi'}{\partial x\partial\xi}\right) + \frac{\partial\Psi'}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}(\nabla^2\Psi' + h') - \frac{\partial\Psi'}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}(\nabla^2\Psi' + h')\Big] + \varepsilon^3\Big[(\bar{u} - Cg)\frac{\partial^3\Psi'}{\partial\xi^3} + \\ &2\frac{\partial^3\Psi'}{\partial x\partial\xi\partial T} + \mathrm{J}\left(\Psi', \frac{\partial^2\Psi'}{\partial\xi^2}\right) + 2\frac{\partial\Psi'}{\partial\xi}\frac{\partial^3\Psi'}{\partial x\partial y\partial\xi} - 2\frac{\partial\Psi'}{\partial y}\frac{\partial^3\Psi'}{\partial x\partial\xi^2}\Big] + O(\varepsilon^4) = 0\end{aligned} \tag{8.5}$$

其中扰动方程的边界条件与(3.5)式相同，L 是一个线性 Rossby 波算子与(3.4)式中的相同。

在方程(8.5)式中如果将高阶小项略去，那么方程(8.5)式可以变为 Tung 和 Lindzen (1979)所得到的线性的地形强迫 Rossby 波方程。如果保留高阶小项的作用，那么方程(8.5)式的解应包含高阶小项。在这里，地形的分布可假设为

$$h' = h_0'\exp(\mathrm{i}kx)\sin\left(\frac{m}{2}y\right) + cc \tag{8.6}$$

其中 h_0' 是地形的振幅，$k = 2/[6.371\cos(\varphi_0)]$ 表示 2 波的波数，$m = -2\pi/Ly$ 是地形的经向波数，而 cc 表示它前项的共轭 。

对于偶极子的经向结构，方程(8.5)式的解可以表示为

$$\begin{aligned}\Psi' = \Psi_0 + \varepsilon\Psi_1(\xi, T, x, y, t) = A(T, \xi)\varphi_1(y)\exp[\mathrm{i}(kx - \omega t)] + \\ h_A h_0'\exp(\mathrm{i}kx)\sin\left(\frac{m}{2}y\right) + \varepsilon\Psi_1(T, \xi, x, y, t) + cc\end{aligned} \tag{8.7}$$

其中 A 是慢变的包络振幅，$\varphi_1(y) = \sqrt{2/Ly}\sin(my)$，$h_A = -1/\left[\frac{\beta}{u} - \left(k^2 + \frac{m^2}{4}\right)\right]$ 且 $\omega = \bar{u}k - \frac{(\beta + \bar{u}F)k}{k^2 + m^2 + F}$ 是线性的 Rossby 波的频散关系，同时我们注意到在(8.7)式中的第二项是由地

形强迫所产生的定常部分。

将(8.7)式代入方程(8.5)式有

$$\mathrm{L}(\Psi_1) + \mathrm{i}\frac{km}{4}(\frac{3}{4}m^2h_A + 1)h_0'(\frac{2}{Ly})^{\frac{1}{2}}[A\exp(-\mathrm{i}\omega t) - A^*\exp(\mathrm{i}\omega t)][3\sin(\frac{3m}{2}y) - \sin(\frac{m}{2}y)] - \mathrm{i}\frac{km}{4}(\frac{3}{4}m^2h_A + 1)h'_0(\frac{2}{Ly})^{\frac{1}{2}}\exp[\mathrm{i}(2kx - \omega t)][\sin(\frac{3m}{2}y) - 3\sin(\frac{m}{2}y)] +$$

$$\varepsilon[\frac{\partial}{\partial T}(\nabla^2\Psi_0 - F\Psi_0) + 2(\bar{u} - Cg)\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial x\partial\xi^2} + (\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial\xi^2} +$$

$$(\bar{u} - Cg)\frac{\partial}{\partial\xi}(\nabla^2\Psi_1 - F\Psi_1) + (\beta + F\bar{u})\frac{\partial\Psi_1}{\partial\xi} + \mathrm{J}(\Psi_0, \nabla^2\Psi_1) + \mathrm{J}(\Psi_1, \nabla^2\Psi_0 + h') +$$

$$\mathrm{J}(\Psi_0, 2\frac{\partial^2\Psi_1}{\partial x\partial\xi}) + \frac{\partial\Psi_0}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\Psi_1 - \frac{\partial\Psi_0}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}\nabla^2\Psi_1] + \varepsilon^2[(\bar{u} - Cg)\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial\xi^3} +$$

$$2\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial x\partial\xi\partial T} + \mathrm{J}(\Psi_0, \frac{\partial^2\Psi_0}{\partial\xi^2}) + \frac{\partial\Psi_0}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}(2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial\xi}) - \frac{\partial\Psi_0}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}(2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial\xi}) +$$

$$\mathrm{J}(\Psi_0, 2\frac{\partial^2\Psi_1}{\partial x\partial\xi}) + \mathrm{J}(\Psi_1, 2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial\xi}) + \frac{\partial\Psi_0}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\Psi_1 + \frac{\partial\Psi_1}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\Psi_0 - \frac{\partial\Psi_0}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}\nabla^2\Psi_1 -$$

$$\frac{\partial\Psi_1}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial\xi}\nabla^2\Psi_0 + \mathrm{J}(\Psi_1, \nabla^2\Psi_1)] + O(\varepsilon^3) = 0 \quad (8.8)$$

在(8.7)式中,如果 $A=0$,那么它变为 Tung 和 Lindzen (1979)所获得的地形强迫 Rossby 波解。当 $\bar{u}=\beta/(k^2+m^2/4)$ 时,这个波就是一个共振的地形强迫波。这个共振被称为 CDV 型 monopole 共振(Charney 和 Devore,1979;Legras 和 Ghil,1985;Luo,1997),它要求很强的背景西风。然而,在这一章中,由于讨论的 Rossby 波具有偶极子的经向结构,因此当背景西风使 ω 变得很小时,这个 CDV 型 monopole 共振并不产生,但 LG 型 dipole 近共振可以产生(Legras 和 Ghil,1985; Luo,1997),它要求弱的背景西风。在两大洋上,由于背景西风较弱,因此在这两个区域内 LG 型 dipole 近共振条件可以满足,而 CDV 型 monopole 共振可以避免,这可能就是为什么大部分阻塞产生在两大洋上的原因。当然在那里天气尺度波的强迫也很重要。这个问题已在前几章中加以了讨论。如果选取 $Ly=5$,那么当 $\bar{u}=0.65\sim0.8$ 时,在 60°N 地区有 $\omega=0.029\sim0.092$。然而在 55°N 地区,当 $\bar{u}=0.75\sim0.88$ 时,则有 $\omega=0.0183\sim0.0648$。对于这些情况,所讨论的 Rossby 波可以认为是近共振 Rossby 波。在这一章中我们就讨论这种情况。

在 $\omega\neq0$ 的情况下,可以获得方程(8.8)式的解并表示为

$$\Psi_1 = \Psi_{11}(T,\xi,x,y,t) + \Psi_{12}(T,\xi,x,y,t) + \Psi_{13}(T,\xi,y) + \varepsilon\Psi_2 \quad (8.9)$$

且

$$\Psi_{11} = -\frac{km}{4\omega}(\frac{3}{4}m^2h_A + 1)h'_0(\frac{2}{Ly})^{\frac{1}{2}}[A\exp(-\mathrm{i}\omega t) + A^*\exp(\mathrm{i}\omega t)] \times \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3a_n - b_n)}{(nm)^2 + F}\cos(nmy) \quad (8.10)$$

$$\Psi_{12} = \frac{km}{4}(\frac{3}{4}m^2h_A + 1)h'_0(\frac{2}{Ly})^{\frac{1}{2}}A\exp[\mathrm{i}(2kx - \omega t)][p_1\sin(\frac{3m}{2}y) - p_2\sin(\frac{m}{2}y)] \quad (8.11)$$

$$\Psi_{13} = -|A|^2\sum_{n=1}^{\infty}q_ng_n\cos(n + \frac{1}{2})my \quad (8.12)$$

并且 Ψ_2 满足方程

$$L(\Psi_2)+\frac{\partial}{\partial T}(\nabla^2\Psi_0-F\Psi_0)+2(\bar{u}-Cg)\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial x\partial\xi^2}+(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial\xi^2}+J(\Psi_1,\nabla^2\Psi_0+h')+J(\Psi_0,\nabla^2\Psi_1)+J(\Psi_0,2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial\xi})+\frac{\partial\Psi_0}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}(\nabla^2\Psi_0+h')-\frac{\partial\Psi_0}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}(\nabla^2\Psi_0+h')+\varepsilon[(\bar{u}-Cg)\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial\xi^3}+2\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial x\partial\xi\partial T}+J(\Psi_0,\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial\xi^2})+\frac{\partial\Psi_0}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}(2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial\xi})-\frac{\partial\Psi_0}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}(2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial\xi})+J(\Psi_0,2\frac{\partial^2\Psi_1}{\partial x\partial\xi})+J(\Psi_1,2\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial\xi})+\frac{\partial\Psi_0}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\Psi_1+\frac{\partial\Psi_1}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}(\nabla^2\Psi_0+h')-\frac{\partial\Psi_0}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}\nabla^2\Psi_1-\frac{\partial\Psi_1}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}\nabla^2\Psi_0]+O(\varepsilon^2)=0 \tag{8.13}$$

其中 $a_n=\dfrac{6}{m[(\frac{3}{2})^2-n^2]Ly}$，$p_1=\dfrac{1}{2k(\beta+F\bar{u})-[4k^2+(\frac{3m}{2})^2+F](2k\bar{u}-\omega)}$

$b_n=\dfrac{2}{m[(\frac{1}{2})^2-n^2]Ly}$，$p_2=\dfrac{3}{2k(\beta+F\bar{u})-[4k^2+(\frac{m}{2})^2+F](2k\bar{u}-\omega)}$，且其他系数与(2.16)式相同。

将(8.7)和(8.9)至(8.12)式代入方程(8.13)式，利用可解性条件可得波振幅 A 所满足的高阶非线性 Schrödinger 方程为

$$i\frac{\partial A}{\partial T}+\lambda\frac{\partial^2 A}{\partial\xi^2}+\delta|A|^2A+Sh_0'^2A+Rh_0'^2[A^*\exp(2i\Omega T)+A]=i\{R_1\frac{\partial^3 A}{\partial\xi^3}+R_2\frac{\partial(|A|^2A)}{\partial\xi}+R_3A\frac{\partial|A|^2)}{\partial\xi}+R_4h_0'^2\frac{\partial A}{\partial\xi}+R_5h_0'^2[\frac{\partial A^*}{\partial\xi}\exp(2i\Omega T)+\frac{\partial A}{\partial\xi}]\}+O(\varepsilon^2)=0 \tag{8.14}$$

其中

$$R=\frac{k^2m(\frac{3}{4}m^2h_A+1)}{Ly\omega(k^2+m^2+F)}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3a_n-b_n)n^2\{[(nm)^2-(k^2+\frac{m^2}{4})]h_A+1\}}{[(nm)^2+F](n^2-\frac{1}{4})(n^2-\frac{9}{4})},$$

$$S=-\frac{k^2m^2}{4(k^2+m^2+F)}(\frac{3}{4}m^2h_A+1)[(\frac{3k^2+2m^2}{4}p_1+\frac{9k^2}{4}p_2)h_A+\frac{p_1+3p_2}{4}],$$

$$R_4=\delta_1-\frac{2kS}{k^2+m^2+F},R_5=\delta_2-\frac{2kR}{k^2+m^2+F},q=\frac{2k^2m}{k^2+m^2+F}\sum_{n=1}^{\infty}q_ng_n^2,$$

$$\delta_1=\frac{km^2(\frac{3}{4}m^2h_A+1)\{[(23k^2+2m^2)p_1-7k^2p_2]h_A+p_1-p_2\}}{16(k^2+m^2+F)}$$

$$\delta_2=\frac{km(\frac{3}{4}m^2h_A+1)}{8\omega Ly(k^2+m^2+F)}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3a_n-b_n)(3-4n^2)\{[k^2+\frac{m^2}{4}-(nm)^2]h_A-1\}}{[(nm)^2+F](n^2-\frac{9}{4})(n^2-\frac{1}{4})}$$，且其他系数与方程方程(2.17)和(3.11)式中的相同。

在 $\lambda>0$ 和 $\delta>0$ 的条件下，如果使用变换 $\xi=(2\lambda)^{\frac{1}{2}}X$ 和 $A=(\delta)^{-\frac{1}{2}}B\exp(i\Omega T)$，那么方程(8.14)式可以改写为

$$i\frac{\partial B}{\partial T}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 B}{\partial X^2}+|B|^2B=P(B)=-a_0B-\nu_0B^*+i\varepsilon[\gamma_1\frac{\partial^3 B}{\partial X^3}+\gamma_2\frac{\partial(|B|^2B)}{\partial X}+\gamma_3B\frac{\partial|B|^2}{\partial X}+\gamma_4\frac{\partial B}{\partial X}+\gamma_5\frac{\partial B^*}{\partial X}] \tag{8.15}$$

其中 $\alpha_0=(S+R)h_0'^2-\Omega$，$\nu_0=Rh_0'^2$，$\gamma_1=(2\lambda)^{-\frac{3}{2}}R_1$，$\gamma_2=\frac{R_2}{\delta}(2\lambda)^{-\frac{1}{2}}$，$\gamma_3=\frac{R_3}{\delta}(2\lambda)^{-\frac{1}{2}}$，$\gamma_4=(2\lambda)^{-\frac{1}{2}}(R_4+R_5)h_0'^2$ 和 $\gamma_5=(2\lambda)^{-\frac{1}{2}}R_5h_0'^2$。

当不考虑高阶项 $O(\varepsilon)$ 的作用时，方程(8.15)式可以变为

$$\mathrm{i}\frac{\partial B}{\partial T}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 B}{\partial X^2}+|B|^2B+\alpha_0B+\nu_0B^*=0 \tag{8.16}$$

方程(8.16)式是一个参数激发的非线性 Schrödinger 方程，它首先由 Miles(1984)在研究非线性水波时所得到，随后 Luo(1997)也发现热源强迫的包络 Rossby 孤立子也满足这个方程。从(8.16)式中可以看出，在弱的背景西风中当 LG 型 dipole 近共振条件满足时，近共振强迫的包络 Rossby 孤立子也满足 Miles 方程。这里我们将利用这个方程来研究包络 Rossby 孤立子与双波地形之间的近共振相互作用，以便揭示为什么阻塞形势通常会在大洋上产生。然后我们再讨论高阶项对包络 Rossby 孤立子与双波地形相互作用的影响。

8.3 在没有高阶项作用的情况下包络 Rossby 孤立子与双波地形的近共振相互作用

8.3.1 定常态的近共振强迫包络 Rossby 孤立子的稳定性

在一定的条件下，Miles(1984)首先获得了方程(8.16)式的定常解。为了解释大洋上阻塞的稳定维持，有必要研究方程(8.16)式定态解的稳定性并找出它的稳定性判据。当方程(8.16)式不依赖于时间时，它的定态解 $B=\Psi_s(\zeta)$ 满足

$$\frac{\mathrm{d}^2\Psi_s}{\mathrm{d}\zeta^2}+\Psi_s^3+(\alpha_0+\nu_0)\Psi_s=0 \tag{8.17}$$

其中 $\zeta=\sqrt{2}X$。

当 $\alpha_0+\nu_0<0$ 时，方程(8.17)式有著名的孤立子解

$$\Psi_s(\zeta)=\sqrt{-2(\alpha_0+\nu_0)}\operatorname{sech}[\sqrt{-(\alpha_0+\nu_0)}\zeta] \tag{8.18}$$

这说明当大气的各种参数满足 $\alpha_0+\nu_0<0$ 时，方程(8.17)式可以存在定常态的包络孤立子解，在这种情况下在大洋上可以存在定常的包络 Rossby 孤立子。然而我们希望了解这种定常的包络 Rossby 孤立子是否稳定？如果它是稳定的话，那么我们可以用它来解释大洋上阻塞的维持。Laedke 和 Spatschek(1991)曾利用变分原理研究过 Miles 方程定态解的稳定性并找出定态孤立子的稳定性判据。在这里我们直接利用 Laedke 和 Spatschek(1991)的稳定性结果给出定态解(8.18)式的稳定性判据，亦即当

$$\alpha_0<0,\quad \nu_0<0,\quad \nu_0^2\ll\alpha_0^2 \tag{8.19}$$

满足时，定常态的包络 Rossby 孤立子才是稳定的。而当这个判据不满足时，定常态包络孤立子将失稳并逐渐演变成椭圆余弦波。在这里，如果我们取 $\bar{u}=0.75\sim0.88$（有量纲量为 7.5～8.8 m/s），那么在 55°N 地区，条件 $\alpha_0<0$，$\nu_0<0$ 和 $\nu_0^2<\alpha_0^2$ 总是满足的，但条件 $\nu_0^2\ll\alpha_0^2$ 可以近似地满足。例如当 $\bar{u}=0.83$ 时，对于 $h'_0=0.5/\varepsilon$ 和 $\varepsilon=0.34$ 有 $\alpha_0=-0.714$ 和 $\nu_0=-0.31$。在这种情况下，定常态的包络 Rossby 孤立子可以稳定地存在。在另一方面，当 $\bar{u}=0.5\sim0.65$ 时则条件 $\alpha_0+\nu_0<0$ 并不满足。在这种情况下，定态的包络 Rossby 孤立子解并不存在。因此只有当弱西风在合适的范围内时，定态的包络 Rossby 孤立子在大洋上才能存在并维持，在 60°N

地区，当 $\bar{u}=0.6\sim0.8$ 时，条件 $\alpha_0<0$，$\nu_0<0$，和 $\nu_0^2<\alpha_0^2$ 也是满足的，但条件 $\nu_0^2\ll\alpha_0^2$ 严格讲并不满足。因此经过很长时间后定态的包络 Rossby 孤立子将演变成椭圆余弦波。例如当 $\bar{u}=0.75$ 时，有 $\alpha_0=-0.767$ 和 $\nu_0=-0.63$。在这种情况下，条件 $\nu_0^2\ll\alpha_0^2$ 并不满足，因此在高纬度地区定态的包络 Rossby 孤立子是不稳定的。尽管如此，我们以后将发现一个小振幅包络孤立子通过地形近共振强迫发展成大振幅孤立子，再从大振幅孤立子通过不稳定演变成椭圆余弦波需要几十天的时间，这样的一个过程足以描述阻塞的形成，维持和崩溃。然而当 $\bar{u}=0.4\sim0.55$ 时，方程(8.16)式并不存在定态的包络孤立子解，因此这里的讨论说明，只有在合适的背景西风条件下，稳定态的地形近共振强迫的包络 Rossby 孤立子在大洋上才能维持。然而需要指出的是，在阻塞形成的初期在大洋上通常盛行的是弱的高压脊，然而人们自然要问这种弱高压脊能否通过与地形的近共振相互作用而发展成阻塞形势呢？这是本章需要讨论的问题。

8.3.2 小振幅的近共振强迫包络 Rossby 孤立子的演变

为了研究初始时刻小振幅包络 Rossby 孤立子通过地形的近共振强迫而发展成大振幅孤立子的过程，在这一章中我们利用 Taha 和 Ablowitz(1984)使用的差分格式来求解方程(8.16)式。在这里我们假定初始时刻包络孤立子解为

$$B(X,0)=B_0\mathrm{sech}(B_0X) \tag{8.20}$$

其中 B_0 是 $B(X,0)$ 在 $X=0.0$ 处的值。

这里定义 $M=|B(X,T)|$ 作为包络 Rossby 孤立子的振幅。如果取参数 $B_0=0.6\sqrt{\delta}/\varepsilon$，$h'_0=0.5/\varepsilon$ 和 $\varepsilon=0.34$(这里的 2 波地形振幅应近似为 $\varepsilon h'_0=0.5$，它是根据 Peixoto 等人(1964)的结果所给出的，见 Luo(1997)的文章)，那么在双波地形近共振强迫作用下，对于 $\bar{u}=0.83$(8.3m/s)的背景西风，包络 Rossby 孤立子的振幅 M 在 55°N 地区随时间的演变如图 8.1 所示。

对于无强迫时包络 Rossby 孤立子的振幅 $|B(X,T)|$ 随时间的演变我们已作过数值计算，结果发现包络 Rossby 孤立子的振幅 M 并不随时间变化，而且在移动坐标 X 框架内，这个包络 Rossby 孤立子的振幅 $|B(X,T)|$ 也不移动，亦即它的振幅在 $X=0$ 有最大值(图略)。在水波中，这种孤立子通常称为非传播孤立子(Wu 等，1984)。在本章中当这种包络 Rossby 孤立子受到双波地形近共振强迫作用时，从图 8.1 可以看出近共振强迫的包络 Rossby 孤立子的振幅 $|B(X,T)|$ 在移动坐标 X 内不传播，但能够被放大。例如，在 $T=0.0$ 时，包络 Rossby 孤立子的振幅 $|B(X,T)|$ 在 $X=0$ 处近似为 0.72，然而通过双波地形的近共振强迫，它的最大振幅在 $T=2.0$(近 20 天)时则变为 1.3，而在 $T=3.5$(35 天)时，$|B(0,T)|$ 则为 2.4。此外我们注意到在最大孤立峰的两侧出现了一个小振幅孤立峰。有趣的是当 $T=5.0$ 时，这两个小振幅孤立峰几乎消失了，而在 $X=0$ 处的最大振幅又减小为 2.0 左右。当 $T=6.5$ 时，包络 Rossby 孤立子的最大振幅进一步减小，而它两侧的小振幅孤立峰又开始出现。在 $T=7.5$ 时，包络 Rossby 孤立子的最大振幅又恢复到 2.4 左右，而它两侧的小振幅孤立峰又开始增加并向两侧移动。见 $T=9.0$ 和 $T=10.5$ 时的结果。在 $T=12.0$ 以后，在包络 Rossby 孤立子最大振幅的两侧出现了一系列的小振幅波并向两侧移动，这种小振幅波就是所谓的椭圆余弦波。由于这种椭圆余弦波的振幅与在 $X=0$ 处孤立子的振幅相比要小得多，因此可以认为在这里考虑的参数范围内近共振强迫的包络 Rossby 孤立子是稳定的，见图 8.2。如果取 $\bar{u}=0.88$，其结果也类似。很明显，这个结果与 Laedke 和 Spatschek(1991)所得到的结果不一样。在他们的文章中，在稳定的强迫孤立子的演变过程中，任何小振幅的波也不会分裂，而在不稳定的强迫孤立子的

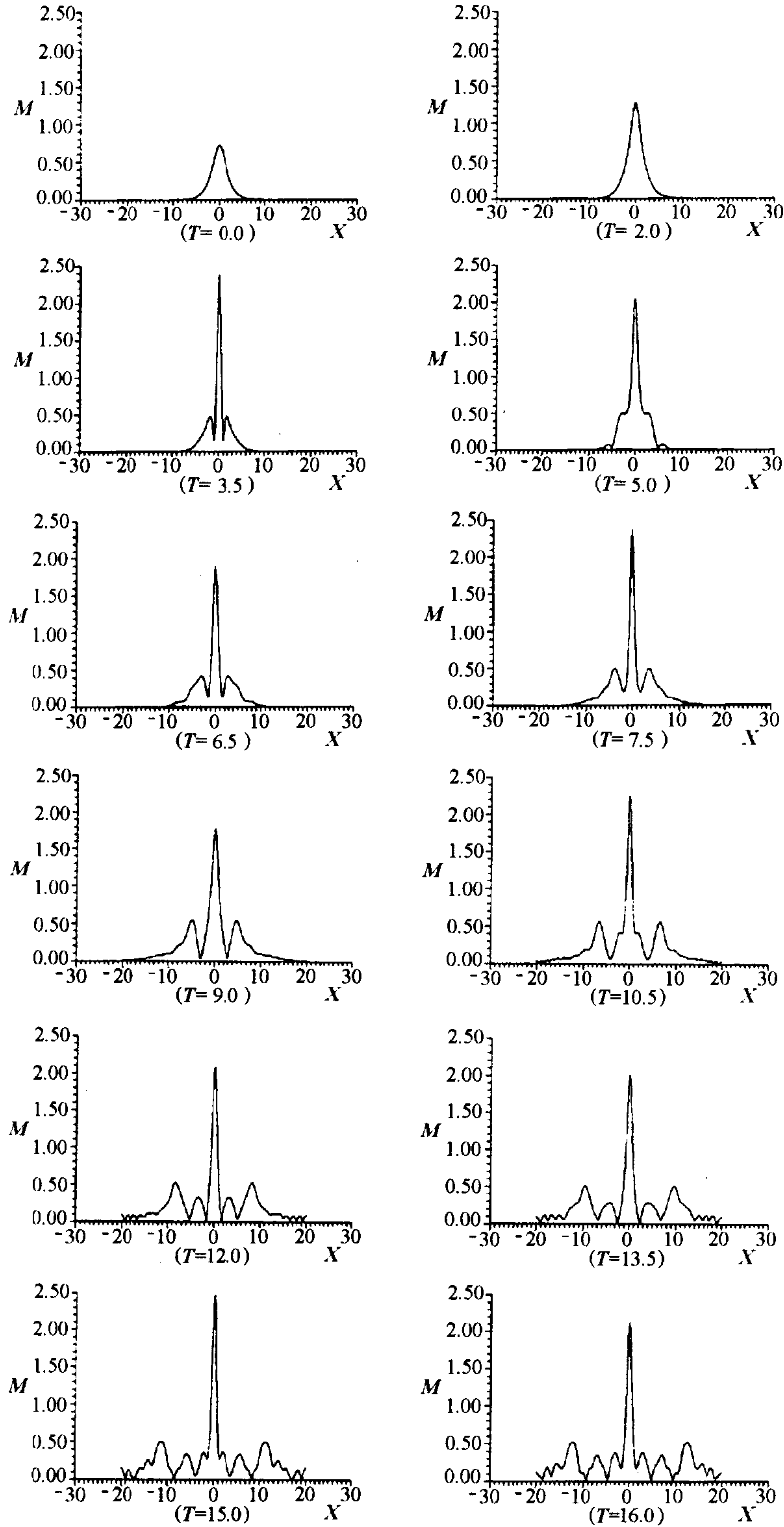


图 8.1　在双波地形近共振强迫作用下，包络 Rossby 孤立子的振幅 M 在 55°N 地区随时间的演变。所取的参数为 $B_0 = 0.6\sqrt{\delta}/\varepsilon, \bar{u} = 0.83, h'_0 = 0.5/\varepsilon$ 和 $\varepsilon = 0.34$

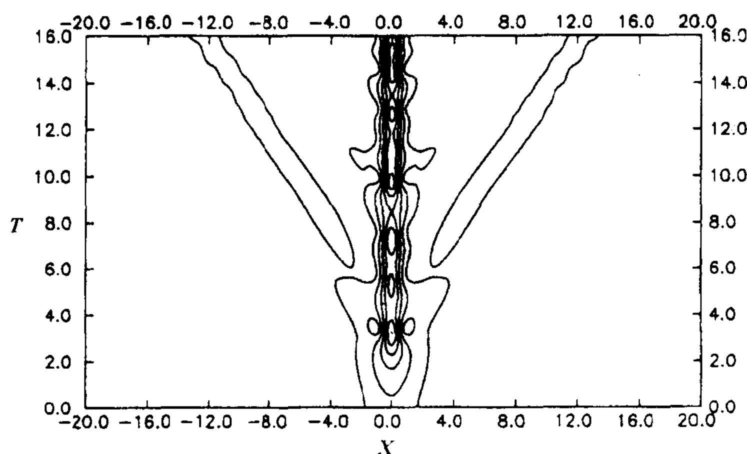


图 8.2 在 55°N 地区双波地形近共振强迫的包络 Rossby 孤立子的振幅 $|B(X,T)|$ 在 (X,T) 平面上的演变。等值线间距为 0.4，所取的参数与图 8.1 相同

演变过程中，大振幅的包络孤立子可以分裂成振幅几乎差不多的椭圆余弦波。如果我们定义 $\max(M)$ 为双波地形近共振强迫包络 Rossby 孤立子的最大振幅，而 P 定义为最大振幅时近共振强迫包络 Rossby 孤立子的位相，那么图 8.3 描述了这两个变量随时间的演变。在这个图中，我们可以发现近共振强迫包络 Rossby 孤立子的最大振幅 $\max(M)$ 在 $T=3.5$ 以前随时间是增加的，之后它的振幅又随时间减小。当它的振幅达到一定程度后，它的振幅又开始增加。这样的循环往复就产生了一个非周期振荡。对于最大振幅的位相 P，在 $T=1.7$ 以前它随时间是减小的，之后它又随时间增加并产生一个准周期振荡。在 60°N 地区，对于满足 LG 型 dipole 近共振条件的西风，尽管 $\nu_0^2<\alpha_0^2$ 能够满足，但条件 $\nu_0^2\ll\alpha_0^2$ 远不能成立。在这种情况下，按照 Laedke 和 Spatschek(1991)所得到的稳定性条件，可知定常的近共振强迫包络 Rossby 孤立子是不稳定的。为了证实这个结果，对于初始振幅 $B_0=0.4\sqrt{\delta}/\varepsilon$，我们给出了近共振强迫包络 Rossby 孤立子的振幅 M 随时间的演变。

从图 8.4 可以看出，在初始时刻近共振强迫包络 Rossby 孤立子的最大振幅 $|B(0,0)|$ 为 0.7 左右，而在 $T=1.0$(10 天) 时，它的最大振幅则变为 1.3 左右。随后，它的最大振幅进一步增加。当增加到一定程度后，又开始减小而且波形也发生变形。例如，在 $T=2.0$(20 天)时，近共振强迫包络 Rossby 孤立子的最大振幅变为 2.6，而在 $T=3.0$(30 天)时，它的最大振幅变为 3.0 并且在最大振幅的两侧则出现了振幅较小的孤立波峰。在 $T=4.0$ 时，在 $X=0.0$ 处的大振幅孤立波峰已经消失，而它两侧的小振幅孤立波峰变成了振幅一样的大振幅孤立波峰(它

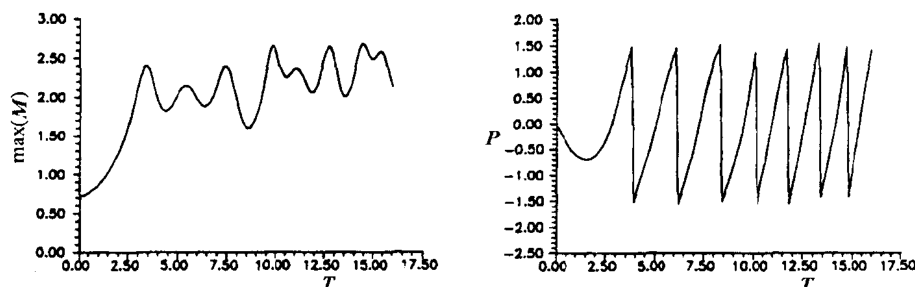


图 8.3 在 55°N 地区双波地形近共振强迫的包络 Rossby 孤立子的最大振幅 $\max(M)$ 和它的位相 P 随时间的演变。所取的参数与图 8.1 相同

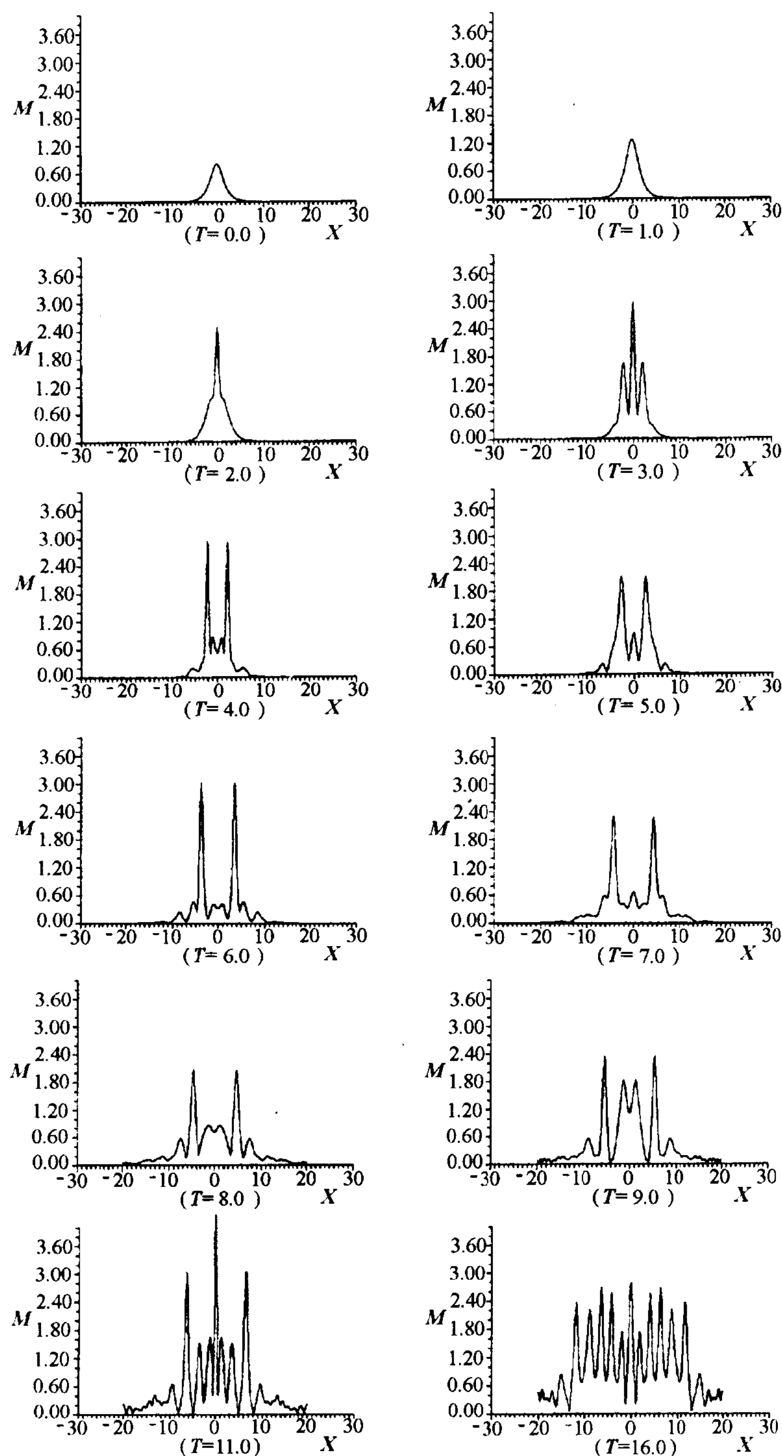


图 8.4 在双波地形近共振强迫作用下,包络 Rossby 孤立子的振幅 M 在 60°N 地区随时间的演变。其中 $\tilde{u}=0.75, B_0=0.4\sqrt{\delta}/\epsilon$,其他参数与图 8.1 相同

们的振幅为 3.0 左右)。在 $T=5.0$ 时,这两个孤立波峰的振幅已经减小了并分别向两侧移动。同时在向两侧移动的过程中,这两个孤立波峰的振幅又要增加。之后它们又要减小并在 $X=$

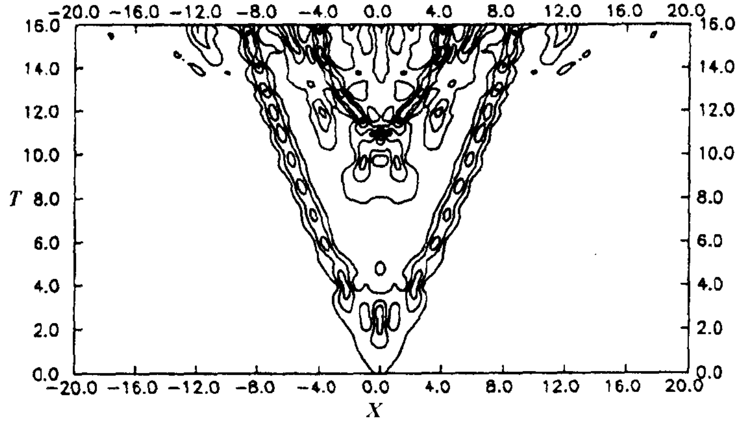


图 8.5　在 60°N 地区双波地形近共振强迫的包络 Rossby 孤立子的振幅 $|B(X,T)|$ 在 (X,T) 平面上的演变。等值线间距为 0.8，所取的参数与图 8.4 相同

0.0 处重新形成孤立波峰，见 $T=8.0$，9.0 和 11.0 时的图形分布。伴随着这样的过程进一步发展，近共振强迫包络 Rossby 孤立子将发展成一系列的波峰(即椭圆余弦波)。如果我们取 $\bar{u}=0.8$，近共振强迫包络 Rossby 孤立子发展成一系列椭圆余弦波的现象更明显(图略)。尽管如此，我们注意到在 30 天以前这个近共振强迫的包络 Rossby 孤立子基本上能够维持其单个的孤立波的形状。在这个时间之后，这个近共振强迫的包络 Rossby 孤立子将发展成椭圆余弦波。这个现象可以解释为什么大气中的阻塞通常维持在 30 天以下。在下一节我们将给出小振幅包络 Rossby 孤立子放大而形成偶极子阻塞的流场。

8.3.3 局地偶极子阻塞的形成和崩溃

为了研究双波地形对阻塞的近共振强迫作用，这里给出双波地形的水平分布。如果定义 $h_0=\varepsilon h'_0$，那么双波地形的分布可以表示为

$$h = 2h_0\cos(kx)\sin\left(\frac{m}{2}y\right) \tag{8.20}$$

在(8.20)式中，由于 $m/2=-\pi/Ly$，因此双波地形在经向方向上具有 monopole 的结构。很明显，(8.20)式类似于 Charney 和 Devore (1979)所给的地形分布。

在参数 $Ly=5.0$ 和 $h_0=0.5$ 的条件下，图 8.6 给出了双波地形在 60°N 的分布。可以发现双波地形的高度近似为 1.0km 左右。很明显，这个分布类似于两大洋和两大陆的分布，它与 Charney 和 Devore (1979)以及 Li 等(1986)所给的地形分布类似。在图 8.6 中，正值区表示地

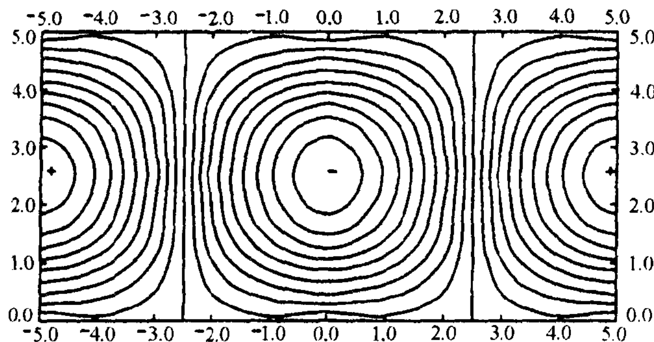


图 8.6　在 60°N 地区双波地形的水平分布(等值线间距为 0.2)

形的脊(两大陆),而负值区表示地形的槽(两大洋)。在这里在 $|x| \leqslant 2^{-1}\pi r_0\cos(\varphi_0)$ ($r_0 = 6.371$ 是无量纲的地球半径,φ_0 是纬度) 的地形仅被给出,而 $2^{-1}\pi r_0\cos(\varphi_0) \leqslant |x| \leqslant \pi r_0\cos(\varphi_0)$ 区域内的地形被省略。

在参数与图 8.4 相同的条件下,这里我们仅给出了在双波地形近共振强迫作用下包络 Rossby 孤立子在 60°N 地区的流场。

在初始时刻,我们选取包络 Rossby 孤立子的振幅较小,以致于它在初始时间在地形的槽区(可以认为是大洋的中部)并不出现较强的阻塞形势,在这种情况下,我们将讨论小振幅的包络 Rossby 孤立子是否可以通过双波地形的近共振强迫而发展成阻塞形势。从图 8.7 可以看出,在初始时刻在地形的槽区只出现了一个高压脊。然而通过双波地形的近共振强迫,它将进一步发展并形成偶极子阻塞。例如在第 12 天,在地形的槽区形成了一个北高南低的偶极子阻塞结构,在第 15 天,这个偶极子结构进一步加强并形成一个非对称的偶极子阻塞环流。这样的结构一直持续到 24 天。在 27 天偶极子结构已变得很弱了,只有高压存在。在第 30 天这个阻塞形势则完全消失(图略)。很明显偶极子阻塞的持续时间大约为 16 天左右(从 12 天算起)。罗德海和纪立人(1991)发现大多数偶极子阻塞主要产生在高纬度地区(60°N 附近)和两大洋上,并且维持的时间大约为 5～20 天左右。很显然这里所得到的结果与观测事实是一致的。应该指出的是,McWilliams(1980)所提出的 Modons 理论不能解释偶极子阻塞的非对称性和 5～20 天的持续时间。例如在 McWilliams(1980)所给的图 1 中我们可以发现偶极子阻塞北侧的高压通常强于南侧的低压。这也可以从他给出的图 8 中得到证实。在图 8.7 中,我们可以发现,在偶极子阻塞的成熟期北侧的高压环流通常强于南侧的低压环流。如果取平均的话,所得到的偶极子阻塞结构将与 McWilliams(1980)所给的图 1 类似。因此从偶极子阻塞的结构和持续时间来看,我们这里的模式结果比 McWilliams(1980)所提出的 Modons 理论的结果要好。如果我们将小振幅包络 Rossby 孤立子放在地形的脊上,可以发现在地形的脊上只能形成局地低压环流(图略)。如果我们将外强迫的作用考虑在一起的话,包络 Rossby 孤立子的行为可能更复杂,这方面的问题目前正在研究中。

8.4 有高阶项作用时包络 Rossby 孤立子与双波地形的近共振相互作用

一般说来,当考虑高阶项时,要获得方程(8.15)式的解析解是不可能的。对于这个方程,如果外强迫不太强的话,可以认为这个方程仍存在包络孤立子解。在这种情况下,我们可以用扰动的散射反演方法(PIST)来求解方程(8.15)式(Kaup 和 Newell,1978; Chen 和 Wei,1994; Hasegawa 和 Kodama,1995)。这样处理可以使我们很容易了解双波地形在阻塞形成和维持中的作用。

8.4.1 缓慢移动包络 Rossby 孤立子与双波地形近共振相互作用的参数方程

当缓慢移动包络 Rossby 孤立子与双波地形近共振相互作用时,包络 Rossby 孤立子将发生变形。在这种情况下,包络孤立子的振幅,位相和群速度将随时间慢变。因此我们设方程(8.15)式的包络孤立子解为

$$B(X,T) = B_0(T)\operatorname{sech}\{B_0(T)[X + \kappa(T)]\}\exp[i\theta(T)] \quad (8.22)$$

其中 $B_0(T)$,$\kappa(T)$ 和 $\theta(T)$ 是包络孤立子的振幅,群速度和位相。

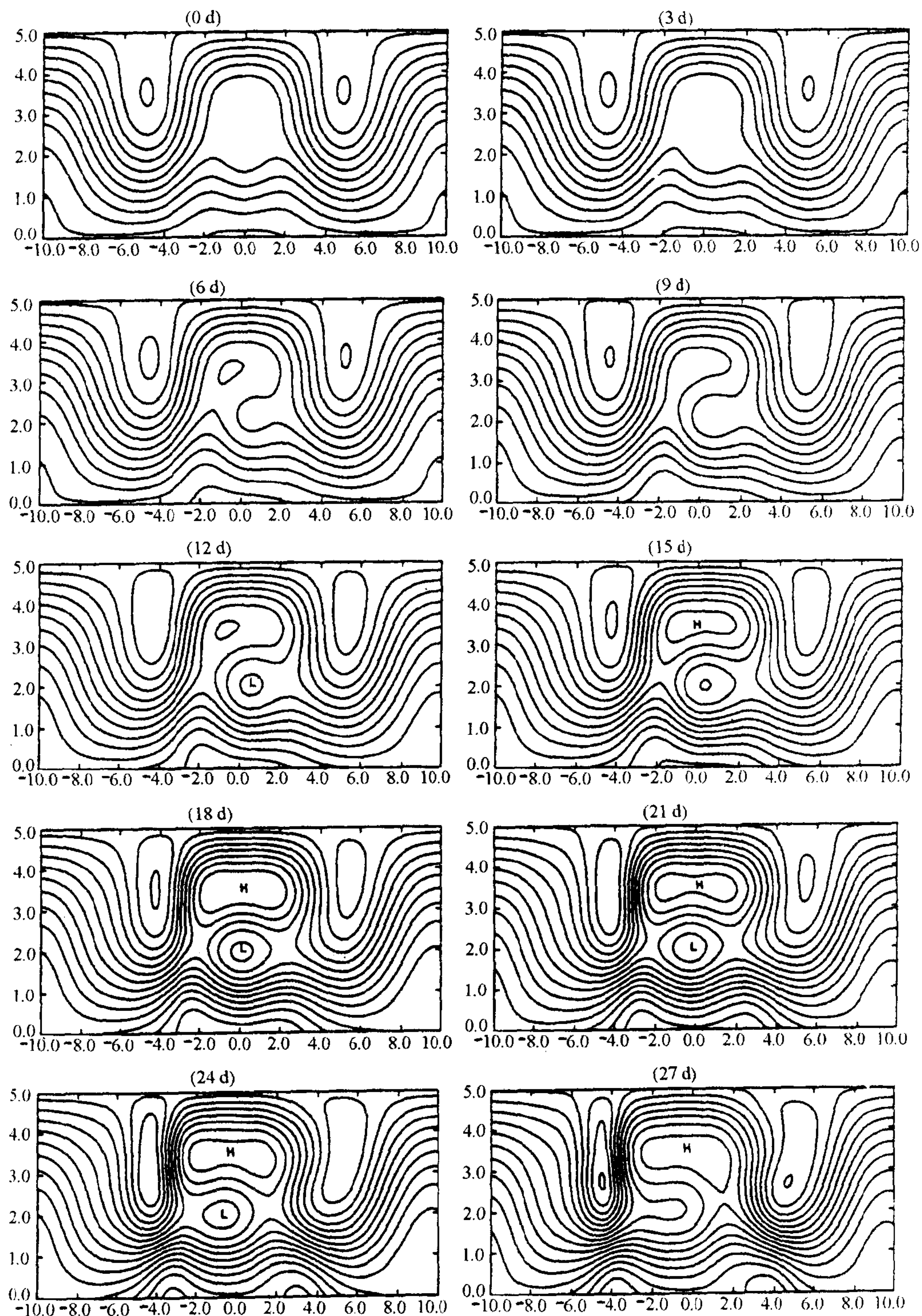


图 8.7 在双波地形近共振强迫作用下，包络 Rossby 孤立子在 60°N 地区的流场。等值线间距为 0.4，其参数与图 8.4 相同

借助于扰动的散射反演方法（Kaup 和 Newell，1978；Abdullaev，1989；Hasegawa 和 Kodama，1995），我们可以获得 $B_0(T)$，$\kappa(T)$ 和 $\theta(T)$ 的参数方程。若定义 $\theta(\varepsilon^2 t) = P(t)$，$\varepsilon B_0(\varepsilon^2 t) = \sqrt{\delta}M(t)$ 和 $Z(t) = \kappa(\varepsilon^2 t)\sqrt{2\lambda}/\varepsilon$，那么这些方程可以表示为

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t} = 2\nu M\sin 2P \tag{8.23}$$

$$\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}t} = -M^2\left(\frac{\delta}{2\lambda}R_1 - R_2 - \frac{2}{3}R_3\right) + (R_4 + R_5)h_0^2 + R_5 h_0^2\cos 2P \tag{8.24}$$

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t} = \frac{\delta}{2}M^2 + \alpha + \nu\cos 2P \tag{8.25}$$

其中 $\alpha = \varepsilon^2\alpha_0 = (S + R)h_0^2 - \omega$，$\nu = \varepsilon^2\nu_0 = Rh_0^2$ 和 $h_0 = \varepsilon h'_0$。

方程(8.23)至(8.25)式描述了缓慢移动包络 Rossby 孤立子在双波地形上的演变。在这些方程中，$M(t)$ 和 $P(t)$ 的方程并不包含变量 $Z(t)$，但 $Z(t)$ 的方程依赖于变量 $M(t)$ 和 $P(t)$，如果变量 $M(t)$ 和 $P(t)$ 有定常解的话，很明显 $Z(t)$ 没有定态解。如果取参数 $F = 1.0$ 和 $Ly = 5.0$，那么对于波数 2 可得在 60°N 和 50°N 地区的共振西风分别为 0.58 和 0.81（有量纲量分别为 5.8m/s 和 8.1m/s）。当我们取 $(\mathrm{d}M/\mathrm{d}t, \mathrm{d}P/\mathrm{d}t) = (0,0)$ 时，由于有 $\alpha + \nu < 0$，那么我们可以得到 $M(t)$ 和 $P(t)$ 的定态解为 $(M_0, P_0) = (\sqrt{-2(\alpha+\nu)/\delta}, 0)$，而当 $\alpha - \nu < 0$ 时，定态解则为 $(M_0, P_0) = (\sqrt{-(\alpha-\nu)/\delta}, \pi/2)$。在 60°N 地区，只有当 $\bar{u} > 0.58$ 并且西风处于共振西风附近时，才有 $\alpha < 0$ 和 $\nu < 0$。当西风远离共振西风且满足 $\bar{u} < 0.7$ 时，并不存在 $\alpha + \nu < 0$ 和 $\alpha - \nu < 0$。因此当 $\bar{u} > 0.58$ 并且它处于共振西风周围时，定态解 $(M_0, P_0) = (\sqrt{-2(\alpha+\nu)/\delta}, 0)$ 能够存在。在 50°N 地区，有类似的特征。由此，缓慢东移的包络 Rossby 孤立子（指线性速度 $c = \omega/k$ 大于零）可以存在双波地形上，并且能够证明这种孤立子是稳定的。当 $M(t)$ 由小变大时，这个包络孤立子是放大的。当 $\mathrm{d}Z/\mathrm{d}t > 0$ 时，孤立子的群速度 Cgm（由于 Cg 是群速度，因此 $Cgm = Cg - \mathrm{d}Z/\mathrm{d}t$ 仍称为群速度）是减小的，但当 $\mathrm{d}z/\mathrm{d}t < 0$ 时，群速度 Cgm 是增加的。在另一方面可以发现当 $\mathrm{d}P/\mathrm{d}t > 0$ 时，孤立子的相速是减小的。因此如果方程(8.23)至(8.25)式的解能够获得的话，那么我们可以了解缓慢移动的包络 Rossby 孤立子与双波地形近共振相互作用的机制。在下一节，我们将给出方程(8.23)至(8.25)式的数值解。

8.4.2 缓慢移动的包络 Rossby 孤立子在双波地形近共振强迫作用下的放大行为

为了说明双波地形在阻塞形成中的作用，我们这里给出包络 Rossby 孤立子与双波地形的近共振相互作用时的流函数解。利用(8.7)和(8.9)式，缓慢移动包络 Rossby 孤立子与双波地形的近共振相互作用时的大气流场可以写为

$$\begin{aligned}\Psi &\approx -\bar{u}y + \varepsilon\Psi_0 + \varepsilon^2\Psi_1 + O(\varepsilon^3) = -\bar{u}y + 2\left(\frac{2}{Ly}\right)^{\frac{1}{2}}M(t)\mathrm{sech}\left\{\left(\frac{\delta}{2\lambda}\right)^{\frac{1}{2}}M(t)\times\right.\\
&\left.[x - Cgt + Z(t)]\right\}\times\cos[kx + P(t)]\sin(my) + 2h_A h_0\cos(kx)\sin\left(\frac{m}{2}y\right) -\\
&M(t)^2\mathrm{sech}^2\left\{\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}M(t)[x - Cgt + Z(t)]\right\} - \frac{km}{2\omega}\left(\frac{3}{4}h_A^2 m^2 + 1\right)h_0\sqrt{\frac{2}{Ly}}M(t)\mathrm{sech}\times\\
&\left\{\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}M(t)[x - Cgt + Z(t)]\right\}\cos[P(t)]\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3a_n - b_n)}{(nm)^2 + F}\cos(nmy) +\\
&\frac{km}{2}\left(\frac{3}{4}m^2 h_A + 1\right)h_0\sqrt{\frac{2}{Ly}}M(t)\mathrm{sech}\left\{\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}M(t)[x - Cgt + Z(t)]\right\}\cos[2kx + P(t)]\times\end{aligned}$$

$$[p_1\sin(\frac{3m}{2}y) - p_2\sin(\frac{m}{2}y)] \quad (8.26)$$

其中(8.26)式中的系数已在前面给出了。

在(8.26)式中，第二项表示缓慢移动包络 Rossby 孤立子的流场，第三项表示双波地形所产生的定常波的流场，第四项表示缓慢移动包络 Rossby 孤立子与双波地形相互作用所产生的流场。如果 $M(t)=0$，那么(8.26)式与 Tung 和 Lindzen (1979)所获得的地形定常波的表达式是一样的。当 $h_A<0(\bar{u}-\bar{u}_c<0, \bar{u}_c=\beta/(k^2+m^2/4))$ 时，在地形的槽区出现了一个高压，而在地形的脊区则出现了一个低压。相反，当 $h_A>0(\bar{u}-\bar{u}_c>0)$ 时，低压出现在地形的槽区，而高压出现在地形的脊区。一般说来，满足 LG 型偶极子近共振条件的均匀西风通常是处于次共振状态，以至于 $\bar{u}_b \ll \bar{u}_c(\bar{u}_b=\beta/(k^2+m^2))$ 并且 $\bar{u}-\bar{u}_b$ 很小。在这种情况下 $h_A<0$ 是满足的。因此高压通常是出现在地形槽区的。另一方面，我们注意到，尽管包络 Rossby 孤立子具有偶极子结构，然而由于地形波的存在，大气流场并不一定具有偶极子结构。这是因为大气流场是由四部分组成。当 $M(t)$ 较小且 $|h_A|$ 较大时，在地形的槽区主要形成高压结构。而当 $M(t)$ 很大时，在地形的槽区主要形成非对称的偶极子阻塞环流。除此之外，这些阻塞环流的持续时间还依赖于参数 $K(t)$，$Z(t)$ 和 $P(t)$ 以及背景西风的大小。

在方程(8.23)至(8.25)式中，如果省略高阶项 $O(\varepsilon)$，不难发现包络 Rossby 孤立子的群速度并不发生变化，但它的振幅和相速却依赖于地形振幅。然而一旦考虑高阶项 $O(\varepsilon)$ 作用后，双波地形将直接影响包络 Rossby 孤立子的群速度 Cgm。由于 R_4 和 R_5 包含 h_A 这一项，因此双波地形对包络 Rossby 孤立子的群速度 (Cgm) 的影响将依赖于近共振西风的大小。为了强调双波地形的作用，作为最简单的情况，在初始状态我们假定包络 Rossby 孤立子的振幅比较小。不失一般性，在 60°N 地区取初值 $M(0)=0.4, Z(0)=0.0$ 和 $P(0)=0.0$。在没有外强迫的情况下，$\bar{u}=0.75$ 时，包络 Rossby 孤立子的初始流场只存在一个高压脊。为了研究这种小振幅包络 Rossby 孤立子在双波地形上的放大行为，这里使用四阶 Rung－Kutta 方法对方程(8.23)至(8.25)式进行数值求解，而所取的参数为 $Ly=5.0, F=1.0$ 和 $h_0=0.5$。当 $\bar{u}=0.75$ 和 $\bar{u}=0.8$ 时，方程(8.23)至(8.25)式中参数 $M(t)$，$Z(t)$，$P(t)$，Cgm 和 Cp 在 60°N 地区的数值解如图 8.8 所示。

图 8.8 为在初值 $M(0)=0.4, Z(0)=0.0$ 和 $P(0)=0.0$ 的条件下根据方程(8.22)至(8.24)式所给出的孤立子参数 $M(t)$，$Z(t)$，$P(t)$，Cgm 和 Cp 的数值解。很明显，对于 $\bar{u}=0.75$，在缓慢移动包络 Rossby 孤立子与双波地形相互作用时，孤立子振幅，群速和位相都产生了近 30 天的振荡。可以发现当小振幅孤立子位于地形槽区时，由于双波地形的近共振强迫，孤立子振幅 $M(t)$ 逐渐增加并在第 15 天达到 1.2，之后在第 30 天它又恢复到它的初始振幅。然而在这以后，具有相同周期的一个新的振荡又重新产生。在整个孤立子放大过程中，当孤立子的振幅达到最大值时，孤立子的群速(Cgm) 和相速(Cp) 达到最小值。在第 8 天到第 21 天期间，孤立子的群速和相速都是负值并且非常接近。这说明当孤立子振幅从高指数态(小振幅)变到低指数态(大振幅)时，包络 Rossby 孤立子从频散变成弱频散甚至非频散。这充分说明在地形槽区的偶极子结构能够被放大，并且能够维持。对于 $\bar{u}=0.8$ 也存在类似的特征，但周期略有变短。这里的结果对于在 70°N 地区的包络 Rossby 孤立子来说是成立的(图略)。在初始振幅 $M(0)=0.6, Z(0)=0.0, P(0)=0.0$ 和 $\bar{u}=0.83$ 的条件下，图 8.9a 给出了在 55°N 地区孤立子参数 $M(t)$，$Z(t)$，$P(t)$，Cgm 和 Cp 的数值解。很明显，在 55°N 地区，包络孤立子通过双波地形的近共振强迫也可以放大，并且它的振荡周期为 50 天左右。有趣的是，通过这些结果可

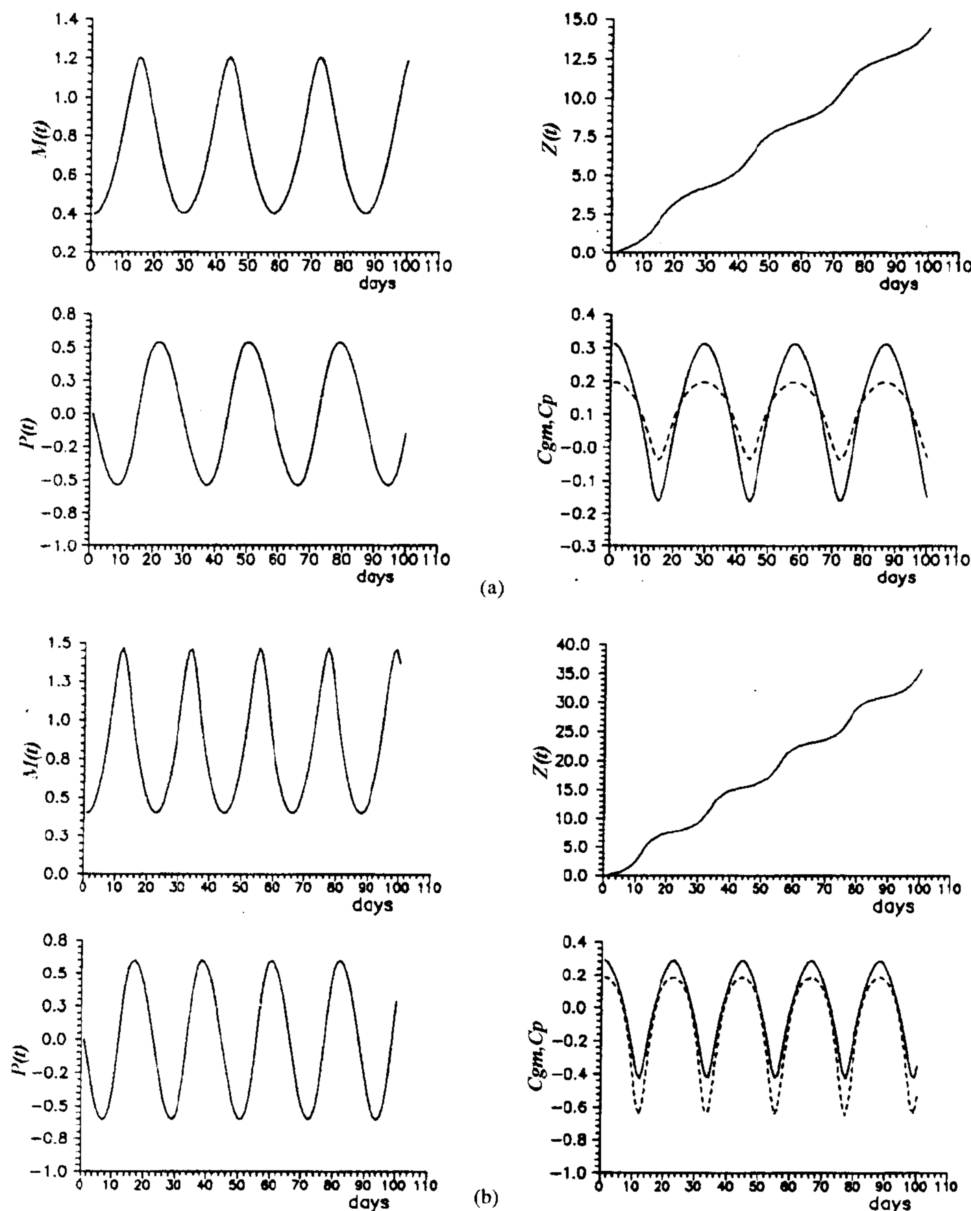


图 8.8 在 60°N 地区缓慢移动包络 Rossby 孤立子与双波地形相互作用时孤立子参数 $M(t)$，$Z(t)$，$P(t)$，Cgm 和 Cp 的数值解。初值为 $M(0)=0.4$，$Z(0)=0.0$ 和 $P(0)=0.0$。图中的虚线表示 Cgm 的值：(a) $\bar{u}=0.75$；(b) $\bar{u}=0.8$

以发现，在初始阶段，在55°N或在60°N地区Cgm和Cp之间的相差是较大的，而在双波地形的近共振强迫作用下Cgm和Cp之间的差值将逐渐变小。这意味着双波地形的强迫使包络 Rossby 孤立子的频散性减弱了。在特定的时刻，Cgm和Cp还可以相等。之后由于Cgm和Cp之间的相差逐渐增大，双波地形的强迫又使包络 Rossby 孤立子从弱频散系统甚至非频散性系统变成频散系统。这个过程正好描述了阻塞的形成，维持和崩溃的过程。在较低纬度地区，尽管考虑了双波地形的强迫，然而由于存在 $dZ/dt<0$，地形的作用可以使阻塞崩溃(图略)。

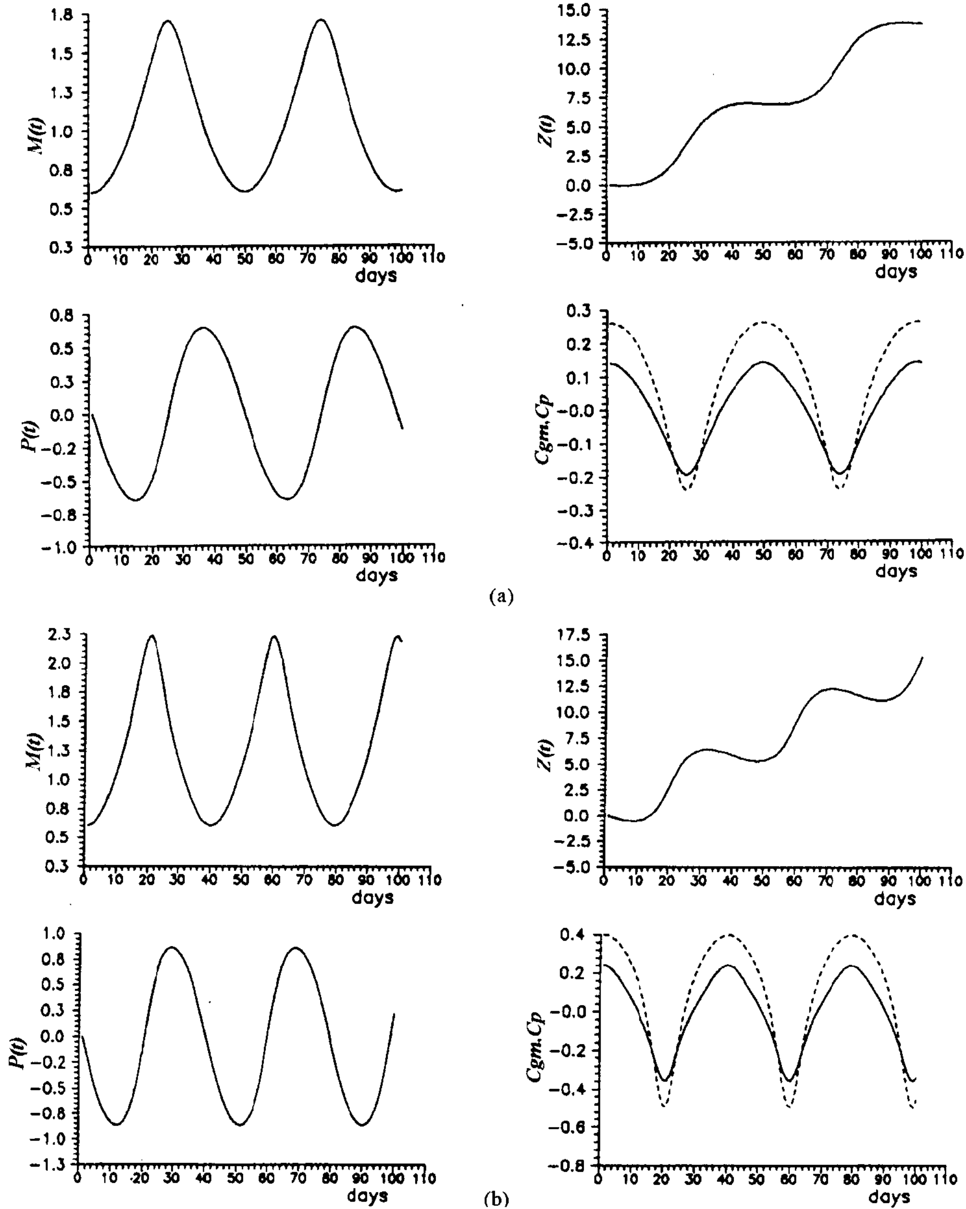


图 8.9 在 55°N 地区缓慢移动包络 Rossby 孤立子与双波地形相互作用时孤立子参数 $M(t)$,$Z(t)$,$P(t)$,Cgm 和 Cp 的数值解。初值为 $M(0)=0.6$,$Z(0)=0.0$ 和 $P(0)=0.0$。图中的虚线表示 Cgm 的值:(a)$\bar{u}=0.83$;(b)$\bar{u}=0.88$

8.5 参数激发的高阶非线性 Schrödinger 方程的数值解

为了检验扰动散射反演方法在求解参数激发的高阶非线性 Schrödinger 方程中的正确性,我们对方程(8.15)式进行了数值求解。所使用的方法为 Taha 和 ablowitz(1984)使用过的有限差分方法。我们假定初始时刻包络孤立子解为

$$B(X,O)=B_0\operatorname{sech}(B_0X) \tag{8.27}$$

其中 B_0 是 $B(X,0)$ 在 $X=0$ 处的值。

定义 $M=|B(X,T)|$ 为包络 Rossby 孤立子的振幅。如果取参数 $B_0=0.4\sqrt{\delta}/\varepsilon,\varepsilon h'_0=0.5$ 和 $\varepsilon=0.34$，那么在双波地形近共振强迫作用下，$\bar{u}=0.75$ 时包络 Rossby 孤立子的振幅 M 在 60°N 地区随时间的演变如图 8.10 所示。

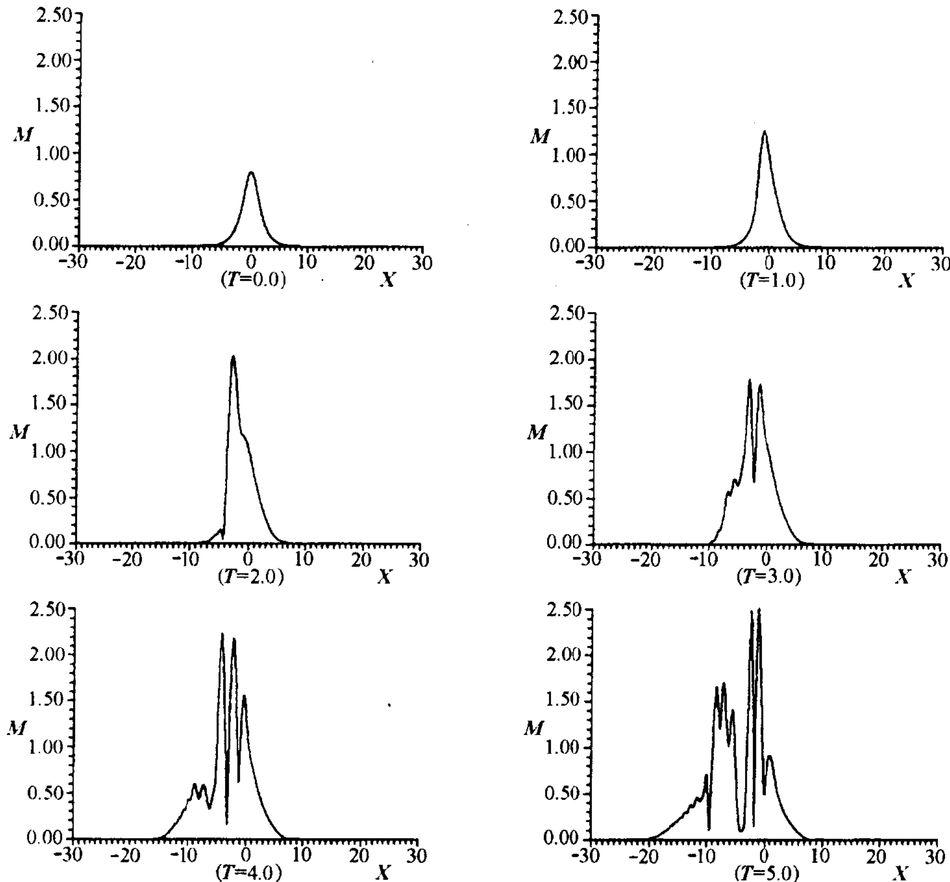


图 8.10 在双波地形近共振强迫作用下，包络 Rossby 孤立子的振幅 M 在 60°N 地区随时间的演变。所取的参数为 $B_0=0.4\sqrt{\delta}/\varepsilon,\varepsilon h'_0=0.5,\varepsilon=0.34$ 和 $\bar{u}=0.75$

从图 8.10 中可以看出，对于参数为 $B_0=0.4\sqrt{\delta}/\varepsilon,\varepsilon h'_0=0.5,\varepsilon=0.34$ 和 $\bar{u}=0.75$，在 60°N 地区通过双波地形的近共振强迫，小振幅包络 Rossby 孤立子可以放大并向西移动。然而在 $T=3.0$(30 天)以后包络孤立子会出现明显的分裂，亦即包络 Rossby 孤立子在双波地形近共振放大过程中将出现破碎。在图 8.7 中我们发现在偶极子阻塞的形成过程中，偶极子阻塞维持的时间将近 15 天左右，并且在第 27 天左右几乎完全消失。因此用扰动的散射反演方法来研究 60°N 地区偶极子阻塞的形成过程是可行的。类似地，图 8.11 中包络 Rossby 孤立子的演变也说明用扰动的散射反演方法来研究 55°N 地区阻塞高压形成过程的合理性。因此这里所得到的数值结果证实用扰动散射反演方法研究方程(8.15)式所得到的结果是正确的。

在 60°N 地区，对于 $\bar{u}=0.75$ 我们可以获得与图 8.7 几乎差不多的流场结构，但持续时间要长一些而且强度也要强一些(图略)，在这个纬带通过双波地形的近共振强迫主要是产生偶极子阻塞。另外，在这个例子中，我们发现被放大的孤立子始终不能跨过地形的脊，并始终位于

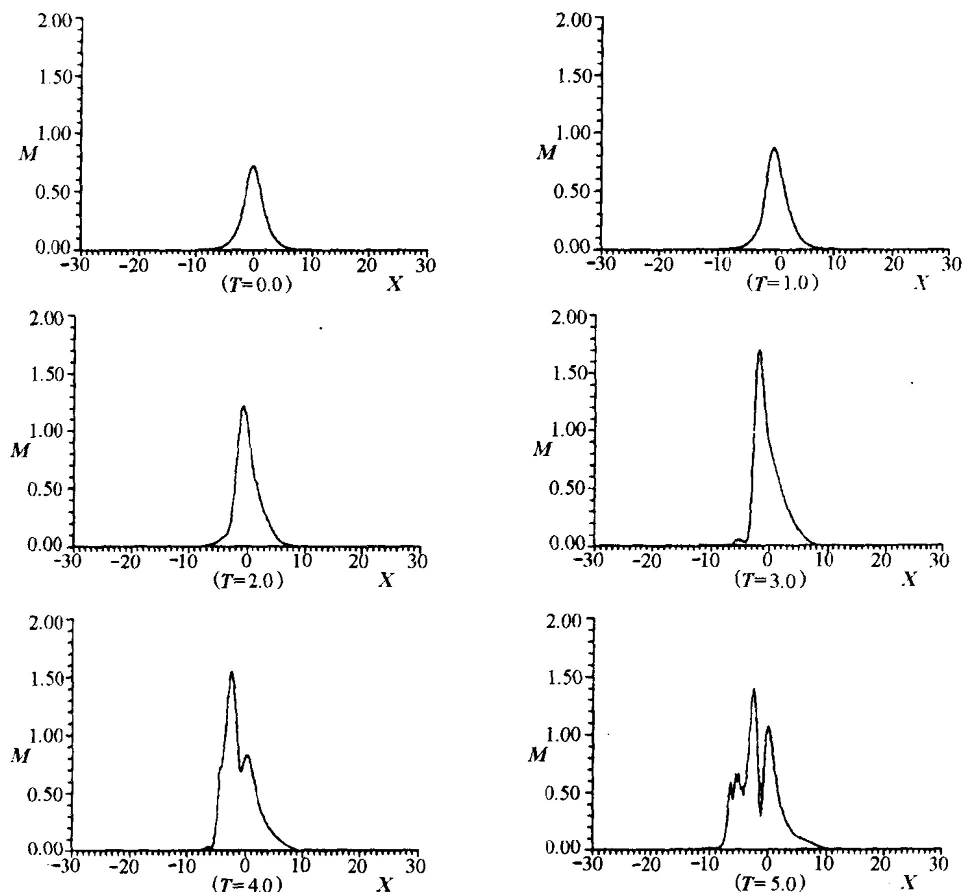


图 8.11 在双波地形近共振强迫作用下，在 55°N 地区包络 Rossby 孤立子的振幅 M 随时间的演变。所取的参数为 $B_0 = 0.6\sqrt{\delta}/\varepsilon, \varepsilon h'_0 = 0.5, \varepsilon = 0.34$ 和 $\bar{u} = 0.83$

地形的槽区。这可以解释为什么大多数偶极子阻塞产生于两大洋上(McWilliams，1980；罗德海和纪立人，1991)。除此之外，我们发现偶极子阻塞的持续时间大约为 15 天左右，这与所观测到的偶极子阻塞的时间尺度是一致的(罗德海和纪立人，1991)，同时偶极子阻塞的流场结构非常类似于 McWilliams(1980)所观测到的偶极子阻塞(他的图 8)。对于 $\bar{u} = 0.8$，可以观测到类似的偶极子阻塞结构(图略)，但偶极子阻塞的持续时间发生了变化。因此在特定的背景西风范围内，偶极子阻塞的持续时间主要为 10～20 天。由此我们可以认为这里所建立的理论模式对于高纬度地区偶极子阻塞形成的描述是合理的。有趣的是我们发现 57°N 是一个临界纬度。在这个临界纬度以南很难形成偶极子阻塞。但可以形成阻塞高压，在这个纬度以北主要形成偶极子阻塞。图 8.12 给出了在参数 $B_0 = 0.5\sqrt{\delta}/\varepsilon, \varepsilon h'_0 = 0.5, \varepsilon = 0.34$ 和 $\bar{u} = 0.8$，的条件下在 55°N 地区的大气流场。很明显，在 $x = 0$ 地区存在一个高压脊。这个高压脊通过双波地形的近共振相互作用在第 27 天可以发展成一个阻塞高压，而在第 33 天它则演变成了一个 Ω 型阻高。这个 Ω 型阻高一直持续到第 57 天，以后逐渐消失。在这个过程中，阻高大约可以维持 30 天左右。如果共振西风略有增加的话，双波地形所产生的阻高的持续时间将会变短。因此在合适的近共振西风条件下，双波地形的近共振相互作用在 55°N 地区可以形成阻塞高压。需要指出的是，如果缓慢移动的包络 Rossby 孤立子振幅取得太小的话，它则不能发展成阻塞高压。很显

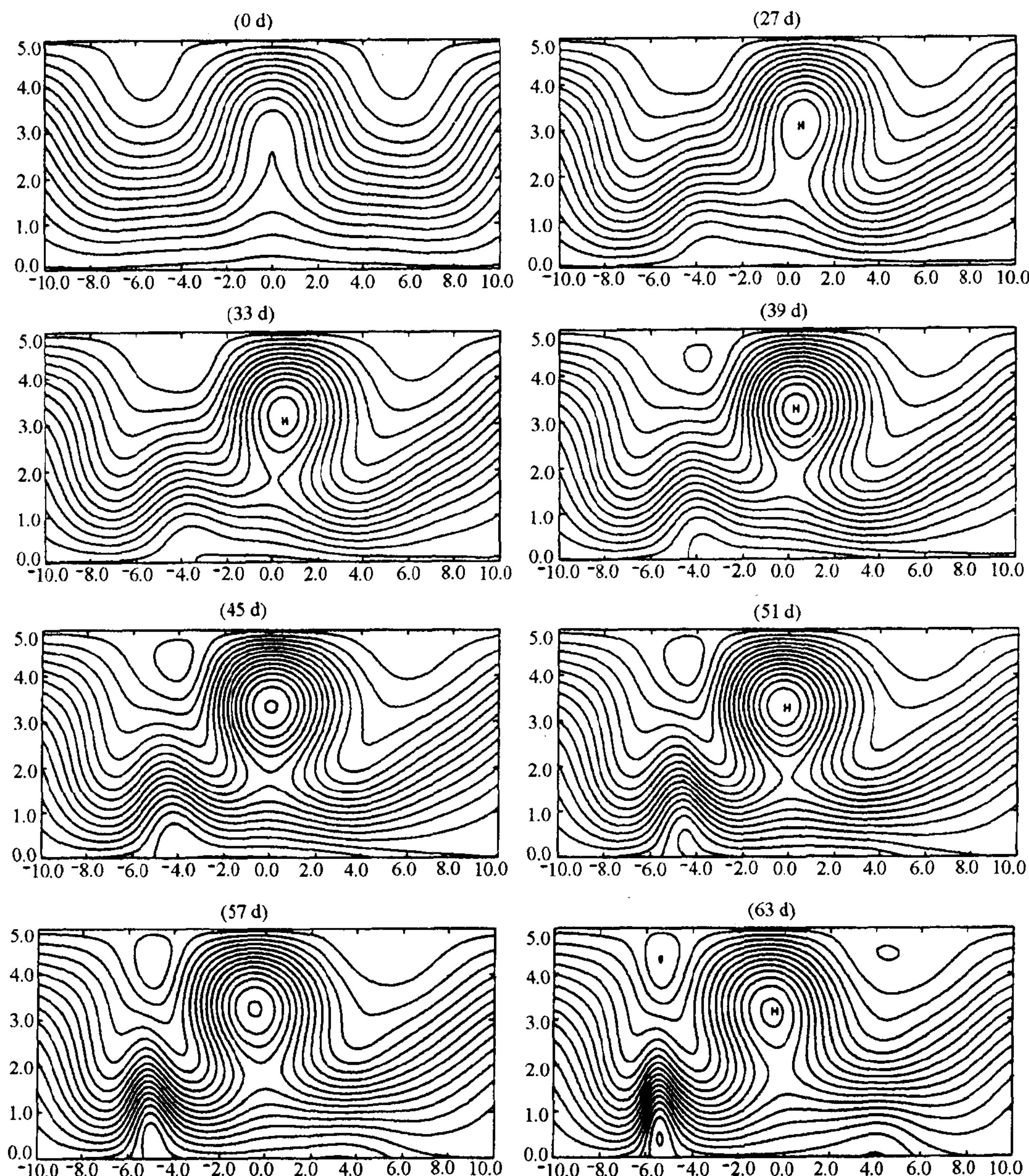


图 8.12　在 55°N 地区缓慢移动包络 Rossby 孤立子与双波地形相互作用时的天气流场，所取的参数 $B_0 = 0.5\sqrt{\delta}/\epsilon, \epsilon h'_0 = 0.5, \epsilon = 0.34$ 和 $\bar{u} = 0.8$。等值线间距为 0.3

然，人们会提出这样的问题：为什么地形所产生的偶极子阻塞的纬度比阻高的纬度要高。我们认为这样的现象可以用(8.26)式来加以解释。在(8.26)式中，我们发现对于弱的近共振西风，关系 $|p_1| \ll |p_2|$ 总是成立的。在 55°N 地区，我们发现 $p_1 < 0$ 和 $p_2 > 0$，而在 60°N 地区则有 $p_1 < 0$ 和 $p_2 < 0$。特别是当纬度从 55°N 经过 57°N 变到 60°N 时，p_2 从正值变为负值。由于在中高纬度地区有 $3m^2h_A/4 + 1 < 0, h_A < 0$ 和 $m < 0$，因此在 60°N 地区 $p_2 < 0$ 这一项的作用就是使在地形槽区的高压减弱，而在 55°N 地区 $p_2 > 0$ 这一项的作用就是使得在地形槽区的高压增强。因而双波地形的强迫可以在 60°N 地区形成偶极子阻塞，而在 55°N 地区则主要形成阻

塞高压。这可能就是为什么偶极子阻塞容易在高纬度地区产生的原因。罗德海和纪立人(1991)发现大多数偶极子阻塞主要产生在高纬度地区(60°N～70°N)。我们认为这种现象可能与双波地形近共振强迫,纬度和背景西风的大小有关。在 Ji 和 Tibaldi(1983)所进行的阻塞数值试验中,在欧洲和地中海区域发现了明显的偶极子阻塞环流,他们认为这种阻塞的形成,地形起着至关重要的作用。由此可见我们的理论结果是正确的。

Egger(1978)的研究表明大气阻塞可以通过地形强迫波和缓慢移动的 Rossby 波之间的非线性相互作用产生。而 Legras 和 Ghil(1985)则指出 LG 型 dipole 共振比 CDV 型 monopole 共振复杂。对于一个 monopole 分布的地形,CDV 型 monopole 共振只能产生阻高,而 LG 型 dipole 共振既可以产生阻高也可以产生偶极子阻塞。在一个复杂的数值模式中 Legras 和 Ghil(1985)发现在 LG 型 dipole 共振条件下,阻高和偶极子阻塞可以产生在地形脊的上游。因此他们的结果从另一个方面证实我们所得结果的正确性。尽管他们的模式在一定程度上能够捕捉到阻塞形成的本质,然而他们的模式并不适合局地阻塞的形成。特别是他们的模式不能解释为什么大多数偶极子阻塞生在高纬度地区(60°～70°N)以及地形到底起什么作用。但从我们的结果来看,我们的理论模式似乎能够克服这些缺点。

8.6 小结

在这一章中,我们首先在 LG 型 dipole 近共振条件下导出了双波地形强迫的包络 Rossby 孤立子所满足的参数激发的高阶非线性 Schrödinger 方程,然后详细研究了包络 Rossby 孤立子与双波地形之间的近共振相互作用,指出包络 Rossby 孤立子通过双波地形的近共振强迫作用可以出现放大并产生振荡现象。主要结果如下:

(1)在不考虑高阶项作用的情况下,参数激发的高阶非线性 Schrödinger 方程变为 Miles 方程。基于这个方程我们给出了定常态的近共振强迫包络 Rossby 孤立子的稳定性判据。指出定常态的近共振强迫包络 Rossby 孤立子的稳定性除了依赖于近共振西风外,还依赖于纬度。然后我们用数值方法对这个参数激发的非线性 Schrödinger 方程进行了数值求解,发现在近似满足稳定性判据的条件下,小振幅的包络 Rossby 孤立子通过双波地形的近共振强迫能够放大。与此同时,在这个过程中大振幅的包络 Rossby 孤立子能够长时间地维持,并伴有小振幅的椭圆余弦波。当稳定性判据不满足时,小振幅的包络 Rossby 孤立子通过双波地形的近共振强迫也能放大。但长时间之后它将逐渐分裂成振幅相差不大的椭圆余弦波。同时我们还对近共振强迫的包络 Rossby 孤立子流场进行了计算,结果发现近共振强迫的包络 Rossby 孤立子的放大过程就是大洋上局地偶极子阻塞的形成,维持和崩溃过程。

(2)利用扰动的散射反演方法和数值方法对强迫高阶非线性 Shrödinger 方程进行了数值求解。可以发现当背景西风满足 LG 型 dipole 近共振条件时,在特定的条件下通过双波地形的近共振强迫包络 Rossby 孤立子可以形成偶极子阻塞和阻高,这些阻塞的形状还取决于近共振西风的强度和纬度。双波地形的近共振强迫作用除了使阻塞的振幅增幅外,还能使阻塞形势从频散系统变成弱频散甚至非频散,从而使阻塞形势能够在大洋上形成和维持。因此缓慢移动的包络 Rossby 孤立子与双波地形的近共振相互作用可能是大洋上局地阻塞产生的机制之一。

9 斜压两层模式中包络 Rossby 孤立子与双波地形的近共振相互作用

本章首先利用多重尺度方法导出了两层斜压模式中缓慢移动的包络 Rossby 孤立子与双波地形之间的近共振相互作用时所满足的参数激发的非线性 Schrödinger 方程(即 Miles 方程),然后利用数值方法对这个方程进行了数值求解并获得了包络 Rossby 孤立子与双波地形近共振相互作用时的流场结构,讨论了双波地形对包络 Rossby 孤立子垂直结构的影响,其结果在很多方面与正压模式所得的结果不同。

9.1 引 言

在上一章中,我们讨论了相当正压大气中包络 Rossby 孤立子与双波地形之间的近共振相互作用,结果发现双波地形的近共振强迫能够使包络 Rossby 孤立子在地形的槽区放大,从而形成局地偶极子阻塞或阻高,然而并没有讨论双波地形对包络 Rossby 孤立子垂直结构的影响。从 McWilliams(1980)的论文中不难发现偶极子阻塞在垂直方向上位相相同,但上下层的强度不同。下层偶极子结构(1000hPa)比上层(300hPa)的要明显得多,为什么会出现这种现象呢?其原因正是本章要讨论的范畴。在这一章中,我们利用两层斜压模式研究了斜压包络 Rossby 孤立子与双波地形之间的近共振相互作用,然后讨论了双波地形对包络 Rossby 孤立子垂直结构的影响,并揭示了下层偶极子阻塞结构(1000hPa)比上层(300hPa)强的原因。

9.2 两层斜压模式和参数激发的非线性 Schrödinger 方程

在大尺度地形强迫作用的情况下,无量纲的准地转两层模式可以写为(Pedlosky,1979)

$$\frac{\partial}{\partial t}[\nabla^2\Psi_1 - F(\Psi_1 - \Psi_2)] + J[\Psi_1, \nabla^2\Psi_1 - F(\Psi_1 - \Psi_2)] + \beta\frac{\partial \Psi_1}{\partial x} = 0 \quad (9.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}[\nabla^2\Psi_2 + F(\Psi_1 - \Psi_2)] + J[\Psi_2, \nabla^2\Psi_2 + F(\Psi_1 - \Psi_2) + h] + \beta\frac{\partial \Psi_2}{\partial x} = 0 \quad (9.2)$$

其中 h 表示无量纲的地形分布,地形的特征高度取为 1km。而其他参数与第 4 章中方程(4.1)和(4.2)式相同。此外它的边界条件与(4.3)式相同。

引入与第 4 章中(4.6)式相同的变换,并设方程(9.1)和(9.2)式的级数解为

$$\Psi_n = -\bar{u}_n y + \sum_{i=1}^{\infty}\varepsilon^i\Psi_{ni}(x, y, t, X_1, X_2, T_1, T_2) \quad (i = 1, 2) \quad (9.3)$$

设双波地形满足 $h=\epsilon h'$ 并将(4.6)式和(9.3)式代入方程方程(9.1)和(9.2)式可得

$$L(\Psi_{11},\Psi_{21})=(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial x})[\nabla^2\Psi_{11}-F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+[\beta+F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)]\frac{\partial\Psi_{11}}{\partial x}=0 \tag{9.4}$$

$$M(\Psi_{21},\Psi_{11})=(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial x})[\nabla^2\Psi_{21}+F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+ [\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)]\frac{\partial\Psi_{21}}{\partial x}+\bar{u}_2\frac{\partial h'}{\partial x}=0 \tag{9.5}$$

$$L(\Psi_{12},\Psi_{22})=-\{(\frac{\partial}{\partial T_1}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial X_1})[\nabla^2\Psi_{11}-F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+2(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_{11}}{\partial x\partial X_1}+ [\beta+F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)]\frac{\partial\Psi_{11}}{\partial X_1}+J[\Psi_{11},\nabla^2\Psi_{11}-F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]\} \tag{9.6}$$

$$M(\Psi_{22},\Psi_{12})=-\{(\frac{\partial}{\partial T_1}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial X_1})[\nabla^2\Psi_{21}+F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+2(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_{21}}{\partial x\partial X_1}+ [\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)]\frac{\partial\Psi_{21}}{\partial X_1}+J[\Psi_{21},\nabla^2\Psi_{21}+F(\Psi_{11}-\Psi_{21})+h']\} \tag{9.7}$$

$$\begin{aligned}L(\Psi_{13},\Psi_{23})=&-\{(\frac{\partial}{\partial T_2}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial X_2})[\nabla^2\Psi_{11}-F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+(\frac{\partial}{\partial T_1}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial X_1})\times\\ &[\nabla^2\Psi_{12}-F(\Psi_{12}-\Psi_{22})]+2(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_{11}}{\partial x\partial X_2}+2(\frac{\partial}{\partial T_1}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial X_1})\frac{\partial^2\Psi_{11}}{\partial x\partial X_1}+\\ &2(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_{12}}{\partial x\partial X_1}+(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_1\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_{11}}{\partial X_1^2}+[\beta+F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)]\times\\ &(\frac{\partial\Psi_{11}}{\partial X_2}+\frac{\partial\Psi_{12}}{\partial X_1})+J(\Psi_{11},2\frac{\partial^2\Psi_{11}}{\partial x\partial X_1})+\frac{\partial\Psi_{11}}{\partial X_1}\frac{\partial}{\partial y}[\nabla^2\Psi_{11}-F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]-\\ &\frac{\partial\Psi_{11}}{\partial y}\frac{\partial}{\partial X_1}[\nabla^2\Psi_{11}-F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+J[\Psi_{12},\nabla^2\Psi_{11}-F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+\\ &J[\Psi_{11},\nabla^2\Psi_{12}-F(\Psi_{12}-\Psi_{22})]\}\end{aligned} \tag{9.8}$$

$$\begin{aligned}M(\Psi_{13},\Psi_{23})=&-\{(\frac{\partial}{\partial T_2}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial X_2})[\nabla^2\Psi_{21}+F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+(\frac{\partial}{\partial T_1}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial X_1})\times\\ &[\nabla^2\Psi_{22}+F(\Psi_{12}-\Psi_{22})]+2(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_{21}}{\partial x\partial X_2}+2(\frac{\partial}{\partial T_1}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial X_1})\frac{\partial^2\Psi_{21}}{\partial x\partial X_1}+\\ &2(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_{22}}{\partial x\partial X_1}+(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial x})\frac{\partial^2\Psi_{21}}{\partial X_1^2}+[\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)](\frac{\partial\Psi_{21}}{\partial X_2}+\frac{\partial\Psi_{22}}{\partial X_1})+\\ &J(\Psi_{21},2\frac{\partial^2\Psi_{21}}{\partial x\partial X_1})+\frac{\partial\Psi_{21}}{\partial X_1}\frac{\partial}{\partial y}[\nabla^2\Psi_{21}+F(\Psi_{11}-\Psi_{21})+h']-\\ &\frac{\partial\Psi_{21}}{\partial y}\frac{\partial}{\partial X_1}[\nabla^2\Psi_{21}+F(\Psi_{11}-\Psi_{21})]+J[\Psi_{22},\nabla^2\Psi_{21}+F(\Psi_{11}-\Psi_{21})+h']+\\ &J[\Psi_{21},\nabla^2\Psi_{22}+F(\Psi_{12}-\Psi_{22})]\}\end{aligned} \tag{9.9}$$

其中上面方程的边界条件与(4.14)式相同。

设双波地形的分布与(8.6)式相同，于是方程(9.4)和(9.5)式的解可以表示为

$$\Psi_{11}=A(X_1,X_2,T_1,T_2)\sqrt{\frac{2}{Ly}}\exp[ik(x-ct)]\sin(my)+h_Ah'_0\exp(ikx)\sin(\frac{m}{2}y)+cc \tag{9.10}$$

$$\Psi_{21} = \mu A(X_1,X_2,T_1,T_2)\sqrt{\frac{2}{Ly}}\exp[ik(x-ct)]\sin(my) + \alpha h_A h'_0\exp(ikx)\sin(\frac{m}{2}y) + cc \tag{9.11}$$

其中 $\alpha = \dfrac{k^2+\dfrac{m^2}{4}+F}{F} - \dfrac{\beta+F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)}{F\bar{u}_1}$;

$h_A = -\dfrac{1}{F\{1-[\dfrac{k^2+m^2/4+F}{F} - \dfrac{\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)}{F\bar{u}_2}]\alpha\}}$，其他系数见第 4 章。

正如第 4 章所指出的那样，当上下层基流的垂直切变较弱时，行星尺度的斜压波是稳定的，并且有 $\mu>0$。这里我们主要讨论这种情况。

将(9.10)和(9.11)式代入(9.6)和(9.7)式，在 $\omega=kc\neq 0$ 的条件下消除长期项可得方程(4.17)以及方程(9.6)和(9.7)式的解为

$$\Psi_{n2} = \varphi_{n2}(x,y,t,X_1,X_2,T_1,T_2) + \overline{\Psi}_{n2}(y,t,X_1,X_2,T_1,T_2) \quad (n=1,2) \tag{9.12}$$

而 φ_{12} 和 φ_{22} 分别为

$$\varphi_{12} = \frac{km}{4\omega}\sigma h'_0\sqrt{\frac{2}{Ly}}[A\exp(-i\omega t)+A^*\exp(i\omega t)]\sum_{n=1}^{\infty}FQ_n\cos(nmy) + \frac{km}{4\omega}\sigma h'_0\sqrt{\frac{2}{Ly}}A\exp[i(2kx-\omega t)][p_1\sin(\frac{3m}{2}y) - p_2\sin(\frac{m}{2}y)] \tag{9.13}$$

$$\varphi_{22} = \frac{km}{4\omega}\sigma h'_0\sqrt{\frac{2}{Ly}}[A\exp(-i\omega t)+A^*\exp(i\omega t)]\sum_{n=1}^{\infty}[(nm)^2+F]Q_n\cos(nmy) + \frac{km}{4\omega}\sigma h'_0\sqrt{\frac{2}{Ly}}A\exp[i(2kx-\omega t)][p_1\eta\sin(\frac{3m}{2}y) - p_2\chi\sin(\frac{m}{2}y)] \tag{9.14}$$

其中 $\sigma = \dfrac{3m^2}{4}\alpha\mu h_A + Fh_A(\mu-\alpha)+\mu$，$\eta = \dfrac{4k^2+9m^2/4+F}{F} - \dfrac{2k[\beta+F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)]}{F(2k\bar{u}_1-\omega)}$，

$$Q_n = \frac{3a_n-b_n}{F^2-[(nm)^2+F]^2},\ \chi = \frac{4k^2+m^2/4+F}{F} - \frac{2k[\beta+F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)]}{F(2k\bar{u}_1-\omega)}$$

$$p_1 = \frac{1}{F(2k\bar{u}_2-\omega)+\{2k[\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)]-(2k\bar{u}_2-\omega)(4k^2+9m^2/4+F)\}\eta},$$

且 $$p_2 = \frac{1}{F(2k\bar{u}_2-\omega)+\{2k[\beta-F(\bar{u}_1-\bar{u}_2)]-(2k\bar{u}_2-\omega)(4k^2+m^2/4+F)\}\chi}。$$

在(9.13)和(9.14)式中，当基本西风满足 $h_A=\infty$ 时，地形强迫波发生共振。这种共振就是所谓的 CDV 型共振(Charney 和 Devore，1979；Legras 和 Ghil，1985)。然而当 ω 较小时，CDV 型共振并不发生，但 LG 型 dipole 近共振可以产生(Legras 和 Ghil，1985；Luo，1997)。如果取参数 $R_0=700\text{km}$ 和 $Ly=5$，那么当 $\bar{u}_1=0.75$ 和 $\bar{u}_2=0.7$ 时，在 55°N 地区有 $\omega\approx 0.0147$。在这种情况下，将(9.10)，(9.11)和(9.12)式代入方程(9.8)和(9.9)式，利用可解性条件可得地形强迫包络 Rossby 孤立子所满足的非线性 Schrödinger 方程为

$$i(\frac{\partial A}{\partial T_2}+Cg\frac{\partial A}{\partial X_2}) + \lambda\frac{\partial^2 A}{\partial X_1^2} + \delta|A|^2A + \mathscr{R}h'^2_0 + Wh'^2_0[A+A^*\exp(2i\Omega T_2)] = 0 \tag{9.15}$$

其中 $\mathscr{R}=\frac{I_4}{I_0},W=\frac{I_5}{I_0},I_4=\frac{k^2m^2}{16\omega}\sigma[\frac{\sigma_1}{\bar{u}_1-c}+\frac{\mu\sigma_2}{\bar{u}_2-c}],\Omega=\frac{\omega}{\varepsilon^2}$,

$$I_5=-\frac{k^2m}{\omega Ly}\sigma\sum_{n=1}^{\infty}\{\frac{[k^2+m^2/4+F(1-\alpha)]h_AF}{\bar{u}_1-c}+\frac{\pi_n\mu}{\bar{u}_2-c}\}\frac{n^2Q_n}{(n^2-1/4)(n^2-9/4)},$$

$$\sigma_1=h_A\{[3k^2+2m^2+F(\alpha-\eta)]p_1+[3k^2+F(\alpha-\chi)]3p_2\},$$

$$\sigma_2=[(3k^2+2m^2)\alpha\eta+F(\eta-\alpha)]h_Ap_1+p_1\eta+[3k^2\alpha\chi+F(\chi-\alpha)]3h_Ap_2+3\chi p_2$$

和 $\pi_n=\{[k^2+\frac{m^2}{4}+F(1-\frac{1}{\alpha})]\alpha h_A-1\}[(nm)^2+F]-\alpha h_A(nm)^2[(nm)^2+2F]$。

在 $\lambda>0$ 和 $\delta>0$ 的情况下,如果使用变换 $X=(X_2-CgT_2)/(\varepsilon\sqrt{\lambda})=(X_1-CgT_1)/\sqrt{\lambda},T=T_2=\varepsilon T_1$ 和 $A=B\sqrt{\frac{1}{\delta}}\exp(\mathrm{i}\Omega T_2)$,则方程(9.15)式可以改写为

$$\mathrm{i}\frac{\partial B}{\partial T}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 B}{\partial X^2}+|B|^2B+\kappa_0B+\nu_0B^*=0 \tag{9.16}$$

其中 $\kappa_0=-\Omega+(\mathscr{R}+W)h'^2_0$ 和 $\nu_0=Wh'^2_0$。

方程(9.16)式描述了斜压两层模式中包络 Rossby 孤立子与双波地形之间的近共振相互作用。这个方程与 Miles(1984)在研究非线性水波时所获得的参数激发的非线性 Schrödinger 方程是一致的。之后 Luo(1997)在研究热源强迫包络 Rossby 孤立子时也得到了这个方程。这个方程对于大气中的包络 Rossby 孤立子来说具有一定的普遍性(罗德海,1997)。在上一章中,如果不考虑高阶项的作用,正压大气中缓慢移动的包络 Rossby 孤立子与双波地形近共振相互作用也满足这个非线性方程。在这里,对于两层斜压模式这个方程仍然成立。

9.3 两层模式中缓慢移动的包络 Rossby 孤立子与双波地形近共振相互作用的流场结构

如果能获得方程(9.16)式的解,那么由(9.3),(9.10),(9,11),(9.12),(9.13)和(9.14)式可以确定上下层包络 Rossby 孤立子的流场结构。对于方程(9.16)式,可以用第 5 章中所介绍的扰动散射反演方法来加以求解,也可以用数值差分方法来加以求解。在这里,仍使用 Taha 和 ablowitz(1984)使用过的差分方法来对方程(9.16)式进行求解。作为一个例子,不妨设方程(9.16)式中包络孤立子的初值为

$$B(X,0)=B_0\mathrm{sech}(B_0X) \tag{9.17}$$

其中 $B_0=0.5\sqrt{\delta}/\varepsilon$。

取参数 $\bar{u}_1=0.75,\bar{u}_2=0.7,\varepsilon h'_0=0.5$ 和 $\varepsilon=0.34$,对方程(9.16)式进行数值求解,可获得上下两层包络 Rossby 孤立子在 55°N 地区的流场结构,如图 9.1 所示。

从图 9.1a 中可以看出在初始时刻,在地形槽区的上层包络 Rossby 孤立子具有一个弱高压的结构。当这个包络孤立子与双波地形发生近共振相互作用时,它的振幅将近共振放大,并形成局地阻高。例如在第 3 天,由于包络 Rossby 孤立子变得较大而在地形的槽区形成了较强的 Ω 型阻高,这种阻塞一直持续到第 9 天。不难发现在第 6 天至第 9 天期间在阻塞高压的南侧低压环流仍然较弱。但当包络 Rossby 孤立子的振幅进一步增大时,阻塞高压的强度进一步得到加强,并且在它的南侧出现了闭合的低压环流。这个低压环流相对于它北侧的高压来说要弱得多。尽管如此,这时的阻塞仍称为偶极子阻塞。如果对这种阻塞进行时间平均,那么在平均

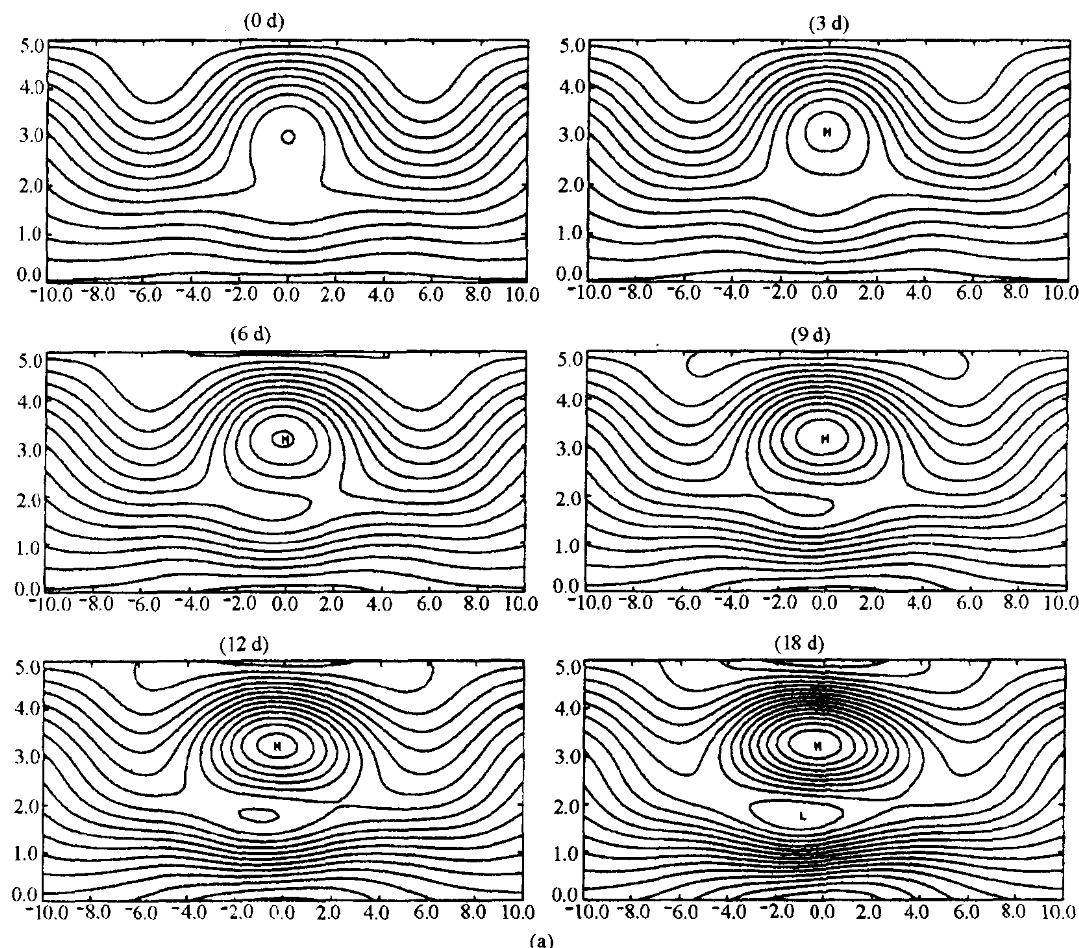


图 9.1(a) 两层斜压模式中斜压包络 Rossby 孤立子与双波地形之间近共振相互作用时上层的大气流场，参数为 $\bar{u}_1 = 0.75$，$\bar{u}_2 = 0.7$，$R_0 = 700\text{km}$，$Ly = 5$，$\varepsilon h'_0 = 0.5$ 和 $\varepsilon = 0.34$，等值线间距为 0.3

图上仍可以观测到南侧低压较弱、北侧高压较强的非对称偶极子阻塞环流。这种非对称偶极子阻塞最早由周晓平(1957)和汤懋苍(1957)所发现。1980 年 McWilliams 在他那篇著名的 modons 理论论文中将南侧低压较弱、北侧高压较强的非对称阻塞环流当成一个偶极子阻塞个例来加以描述(见 McWilliams1980 年论文中的图 1，也见本书第 1 章中图 1.1b)。尽管 McWilliams(1980)所得到的 modons 解以及 Malguzzi 和 Malanotte-Rizzoli(1984)所得到的 KdV 孤立子解与偶极子阻塞环流有某种程度的相似性，然而他们的理论仍不能解释偶极子阻塞的非对称性。从这里的研究可以发现，偶极子阻塞的非对称性可能是由大气的斜压性和大尺度地形共同作用所引起的，然而热源强迫也可能是因素之一(Luo，1997)。图 9.1b 描述了斜压包络 Rossby 孤立子与双波地形近共振相互作用时下层的大气流场。可以发现在初始时刻，在地形槽区的下层包络 Rossby 孤立子具有偶极子结构。由于地形的近共振强迫，这个偶极子结构的强度有所增加，并一直持续到第 9 天，之后它的强度有所减弱，在第 15 天以后则逐渐消失。在这个偶极子阻塞的强化过程中，这个偶极子阻塞有一个向西的移动，但是速度很慢。另外我们注意到 $x = 0$ 附近的偶极子结构是非对称的，而且它的两侧都存在闭合的低压环流，这

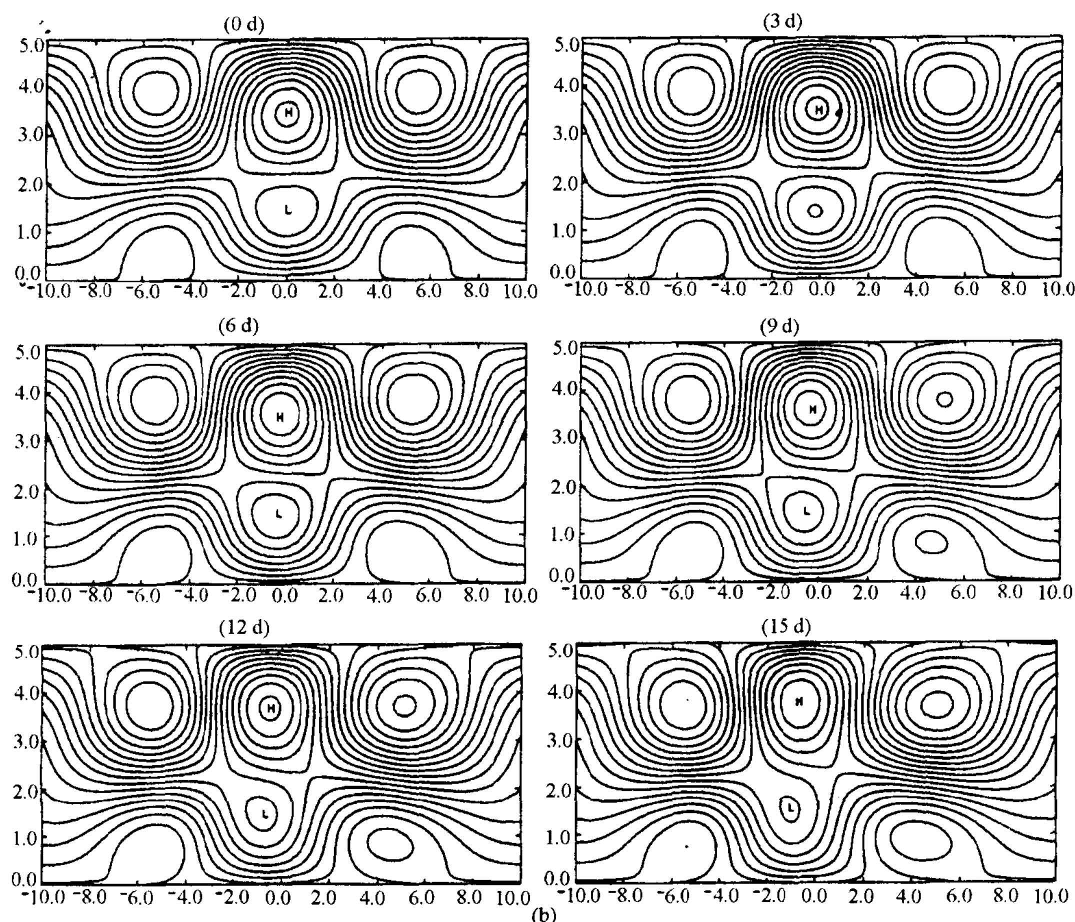


图 9.1(b) 两层斜压模式中斜压包络 Rossby 孤立子与双波地形之间近共振相互作用时下层的大气流场，参数为 $\bar{u}_1=0.75$，$\bar{u}_2=0.7$，$R_0=700km$，$L_y=5$，$\epsilon h'_0=0.5$ 和 $\epsilon=0.34$，等值线间距为 0.3

种结构与观测到的偶极子阻塞的结构是一致的。McWilliams(1980)指出，在 1000hPa～700hPa 之间，在月平均图上偶极子阻塞仍是非对称的，而且它的两侧都可以观测到明显闭合的低压环流(见第 4 章的图 4.1)，因此不难发现这里所得到的结果是正确的。然而当不考虑双波地形强迫时，在相同的条件下上下两层包络 Rossby 孤立子的偶极子结构都是对称的，只是上下层偶极子结构的强度有所不同。这说明造成偶极子阻塞非对称性的原因是双波地形的强迫，而且由于双波地形的存在，偶极子阻塞上下层的差异变得更明显了。因此在一个两层斜压模式中，通过考虑斜压包络 Rossby 孤立子与双波地形之间的近共振相互作用，可以解释大气中上下层偶极子阻塞结构强度的差异以及它们结构的非对称性。

9.4 小结

在这一章中我们讨论了两层模式中斜压包络 Rossby 孤立子与双波地形近共振相互作用的特点，结果发现大气的斜压性使得地形强迫波在大气的下层变弱了，而上层则不受影响。在

这种情况下，基流的垂直切变对双波地形强迫的斜压包络 Rossby 孤立子的水平和垂直结构有重要影响。主要结果如下：

(1)在不考虑双波地形强迫作用的情况下，对于弱的垂直切变，上下两层包络 Rossby 孤立子的偶极子结构都是同位相的，而且上下层偶极子结构的强度相差不大。然而在相同的条件下，双波地形的存在将使上下两层包络 Rossby 孤立子的结构和强度差异变得更明显。

(2)通过双波地形的近共振放大，在大气的上层包络 Rossby 孤立子从一个弱的高压脊逐渐发展成 Ω 型阻高，当 Ω 型阻高发展到一定程度，它便形成南弱北强的局地偶极子阻塞环流。在大气的下层包络 Rossby 孤立子从弱的偶极子阻塞环流发展成较强的偶极子阻塞环流，而且偶极子阻塞的非对称性变弱了。另外，在偶极子阻塞的两侧都可以观测到闭合的低压环流。这些结构与观测到的偶极子阻塞结构是一致的。

10 在双波地形上正压包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用时所产生的倍周期分岔和混沌现象

在这一章中，在 LG 型 dipole 近共振条件下导出了均匀基流中包络 Rossby 孤立子与天气尺度波和双波地形共同相互作用时波振幅所满足的强迫耗散的非线性 Schrödinger 方程。利用扰动散射反演方法导出了包络 Rossby 孤立子振幅和位相所满足的双变量非线性方程。再将天气尺度波所产生的大尺度涡动强迫考虑成一个控制参数，然后讨论了这个控制参数变化时包络 Rossby 孤立子的振幅所产生的倍周期分岔和混沌现象，并试图用这种现象来解释大气中局地阻塞的随机分布行为。

10.1 引 言

大量的研究表明在中高纬度地区大尺度低频流(包括阻塞)都存在非周期行为(Reinhold 和 Pierrehumbert，1982；Legras 和 Ghil，1985；Vautard 等，1988a，b)。特别是 Reinhold 和 Pierrehumbert (1982)在一个切断的两层斜压谱模式中发现大尺度运动主要是在纬向流和阻塞流之间进行非周期变化。Vautard，Legras 和 Deque (1988a)利用统计方法说明了大尺度流的持续性在空间上的分布是不均匀的，并且纬向流和阻塞流才会出现持续性的最大概率分布。同时，他们发现偶极子阻塞流本质上是由天气尺度波来维持(Vautard 和 Legras，1988b)。然而，由于大多数阻高和偶极子阻塞主要产生在北大西洋和北太平洋上(Rex，1950；Mcwilliams，1980)，因此双波地形当然起着一定的作用。在一个球面谱模式中，Legras 和 Ghil (1985)进一步发现，在 LG 型 dipole 近共振条件下，纬向流和阻塞流之间的转换主要表现为非周期行为，并且他们发现在气候意义上北大西洋以阻塞流为主。因此研究包络 Rossby 孤立子与天气尺度波和双波地形之间共同的相互作用无疑是有意义的。

在前几章中我们讨论了包络 Rossby 孤立子与天气尺度波或与双波地形之间的相互作用，这一章是以前工作的继续。在这一章中，我们讨论包络 Rossby 孤立子与天气尺度波和双波地形之间共同的相互作用，以便揭示出大气阻塞更为复杂的行为。

10.2 描述行星尺度波与双波地形和天气尺度波相互作用时的相当正压模式和强迫耗散的非线性 Schrödinger 方程的获得

在考虑摩擦和大尺度地形强迫作用下，行星尺度波和天气尺度波相互作用时无量纲的相当正压涡度方程可以写为

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)(\nabla^2\Psi-F\Psi)+J(\Psi,\nabla^2\Psi+h)+(\beta+F\bar{u})\frac{\partial\Psi}{\partial x}+\bar{u}\frac{\partial h}{\partial x}=-J(\Psi',\nabla^2\Psi')_p-r\nabla^2\Psi \tag{10.1}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)(\nabla^2\Psi'-F\Psi')+J(\Psi',\nabla^2\Psi+h)+J(\Psi,\nabla^2\Psi')+J(\Psi',\nabla^2\Psi')_s+(\beta+F\bar{u})\frac{\partial\Psi'}{\partial x}=-r\nabla^2\Psi' \tag{10.2}$$

其中 r 是无量纲的摩擦系数，h 是大尺度地形的分布，且特征尺度与第 8 章中的相同。当 $r=0$ 和 $h=0$ 时，方程(10.1)和(10.2)式就变为第 5 章中的方程。另外边界条件也与第 5 章中方程(5.1)和(5.2)式的边界条件相同。$\Psi_T=-\bar{u}y+\Psi+\Psi'$ 是总的流函数，Ψ 表示行星尺度波的流函数，而 Ψ' 表示天气尺度波的流函数。正如 Shutts(1983)所指出的那样，取长时间的平均 $-J(\Psi',\nabla^2\Psi')_p$ 则反映了天气尺度波对大尺度流的反馈(Vautard 和 Legras，1988b)，这一项也叫天气尺度波所产生的平均涡度通量的散度项(Shutts，1983；Illari，1984)。在这里我们仅考虑弱耗散的情况，以致可假设 $r=\varepsilon^2r_0$ 且 $0<\varepsilon\ll1.0$。

Tung 和 Lindzen (1979)指出地形所产生的强迫波应与自由 Rossby 波同量级。在这种情况下，地形的振幅应满足 $h=\varepsilon h'$ (Luo，1997)。另外类似于第 5 章的作法，当行星尺度波 Ψ 和天气尺度波 Ψ' 的解分别表示为 $\Psi=\varepsilon\Psi_0+\varepsilon^2\Psi_1+\cdots$ 和 $\Psi'=\varepsilon^{\frac{3}{2}}\Psi'_1+\varepsilon^{\frac{5}{2}}\Psi'_2+\cdots$ 时，可得下面的扰动方程

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)(\nabla^2\Psi'_1-F\Psi'_1)+(\beta+F\bar{u})\frac{\partial\Psi'_1}{\partial x}=0 \tag{10.3}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)(\nabla^2\Psi'_2-F\Psi'_2)+(\beta+F\bar{u})\frac{\partial\Psi'_2}{\partial x}=-J(\Psi'_1,\nabla^2\Psi_0+h')-J(\Psi_0,\nabla^2\Psi'_1) \tag{10.4}$$

其中 Ψ'_2 是天气尺度波 Ψ'_1 的第二阶修正，它反映了行星尺度波 Ψ_0 对天气尺度波的反馈。由于地形和行星尺度波都包含在方程(10.4)式的右端，因此地形除了影响行星尺度波外，还影响天气尺度波的分布。Metz(1986)指出天气尺度波主要由周期 3 至 6 天的短波组成。类似于第 5 章的作法，可设天气尺度波为

$$\Psi'_1=f'_0\{\exp[i(k_1x-\omega_1t)]-\rho\exp[i(k_2x-\omega_2t)]\}\sin\left(\frac{m}{2}y\right)+cc \tag{10.5}$$

其中 $k_1=9/[6.371\cos(\varphi_0)]$，$k_2=11/[6.371\cos(\varphi_0)]$，$m=-\frac{2\pi}{Ly}$，$\rho$ 是一个常数，可以取任何值，$\omega_1=\bar{u}k_1-(\beta+\bar{u}F)k_1/\left(k_1^2+\frac{m^2}{4}+F\right)$，$\omega_2=\bar{u}k_2-(\beta+\bar{u}F)k_2/\left(k_2^2+\frac{m^2}{4}+F\right)$，$f'_0$ 是天气尺度波的实振幅，而 cc 表示它前项的共轭；ω_1 和 ω_2 满足线性方程(10.3)式。如果取参数 $Ly=5$ 和 $F=1$，那么当 $\bar{u}=0.7\sim0.9$(有量纲量为 7～9m/s)时，天气尺度波的周期小于一周。

因此(10.5)式可以看成是天气尺度波。

在北半球中高纬度地区,由于大尺度地形近似为一个双波地形(Charney 和 Devore, 1979),因此类似于第 8 章,可设地形分布为

$$h' = h'_0 \exp(\mathrm{i}kx)\sin\left(\frac{m}{2}y\right) + cc \tag{10.6}$$

其中 h'_0 表示地形的振幅且为常数,而 $k = \dfrac{2}{6.371\cos(\varphi_0)}$ 表示 2 波的波数。

引入下列慢变坐标

$$\xi = \varepsilon(x - Cgt), \quad T = \varepsilon^2 t \tag{10.7}$$

其中 $Cg = \bar{u} - \dfrac{(\beta + F\bar{u})(m^2 + F - k^2)}{(k^2 + m^2 + F)^2}$。

在方程(10.1)式中,它的线性方程解可以表示为行星尺度自由波和地形强迫波的叠加。而对于非线性方程,它的解则可设为

$$\begin{aligned}\Psi = \varepsilon\Psi_0 + \varepsilon^2\Psi_1 = \varepsilon\{&A(\xi,T)\varphi_1(y)\exp[\mathrm{i}(kx - \omega t)] + \\ &h_A h'_0 \exp(\mathrm{i}kx)\sin\left(\frac{m}{2}y\right) + \varepsilon\Psi_1\Big\} + cc\end{aligned} \tag{10.8}$$

其中 A 是慢变的复振幅,$\omega = \bar{u}k - \dfrac{(\beta + \bar{u}F)k}{k^2 + m^2 + F}$,$k = \dfrac{2}{6.371\cos(\varphi_0)}$,$\varphi_1(y) = \sqrt{\dfrac{2}{Ly}}\sin(my)$ 且 $h_A = -\dfrac{1}{\dfrac{\beta + F\bar{u}}{\bar{u}} - \left(k^2 + \dfrac{m^2}{4} + F\right)}$。

在(10.8)式中,当背景西风满足 $\bar{u} = \beta/(k^2 + m^2/4)$ 时,有 $h_A \to \infty$。这个条件就是定常波与地形波的共振条件(Tung 和 Lindzen, 1979),它通常称为 CDV 型 monopole 共振(Charney 和 Devore, 1979; Legras 和 Ghil, 1985; Jin 和 Ghil, 1990; Luo, 1997)。然而当条件 $\bar{u} = \dfrac{\beta}{k^2 + m^2}$ 时,LG 型 dipole 共振能够产生,而 CDV 型 monopole 共振并不产生(Jin 和 Ghil, 1990; Luo, 1997)。很明显,这两种共振条件不能同时满足。当 LG 型 dipole 近共振条件满足时,CDV 型 monopole 近共振条件并不满足。在这一章中,我们讨论在背景西风满足 ω 很小的条件下,包络 Rossby 孤立子与天气尺度波和双波地形之间的共同相互作用。

将(10.5),(10.6),(10.7)和(10.8)式代入方程(10.1)式可得

$$\begin{aligned}&\mathrm{L}(\Psi_1) + \varepsilon\Big[\frac{\partial}{\partial T}(\nabla^2\Psi_0 - F\Psi_0) + 2(\bar{u} - Cg)\frac{\partial^3\Psi_0}{\partial x\partial\xi^2} + \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial\xi^2} + \\ &(\beta + F\bar{u})\frac{\partial\Psi_1}{\partial\xi} + (\bar{u} - Cg)\frac{\partial}{\partial\xi}(\nabla^2\Psi_1 - F\Psi_1) + \mathrm{J}(\Psi_0, \nabla^2\Psi_1) + \\ &\mathrm{J}(\Psi_1, \nabla^2\Psi_0 + h') + \mathrm{J}\left(\Psi_0, 2\frac{\partial^2\Psi_1}{\partial x\partial\xi}\right) + \frac{\partial\Psi_0}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\Psi_1 - \frac{\partial\Psi_0}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}\nabla^2\Psi_1 - \\ &\mathrm{i}\varepsilon f'^2_0\rho k k_n^2 m \exp[-\mathrm{i}(\omega_2 - \omega_1)t]\sin(my) + \varepsilon r_0\nabla^2\Psi_0 + O(\varepsilon^2) = 0\end{aligned} \tag{10.9}$$

其中 $\mathrm{L}(\ \ ) = \left(\dfrac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\dfrac{\partial}{\partial x}\right)[\nabla^2(\ \ ) - F(\ \ )] + (\beta + F\bar{u})\dfrac{\partial(\ \ )}{\partial x}$ 是一个线性 Rossby 波算子,且 $k_n = \dfrac{k_1 + k_2}{2}$。

很明显,天气尺度波之间的相互作用可以产生行星尺度强迫项 k,这一项将导致行星尺度波发生变形。在 $\omega \neq 0$ 的条件下,方程(10.9)式满足边界条件的解可以表示为

$$\Psi_1 = \Psi_{11}(\xi, T, x, y, t) + \Psi_{12}(\xi, T, x, y, t) + \Psi_{13}(\xi, T, y) + \varepsilon\Psi_2 \tag{10.10}$$

其中 Ψ_{11},Ψ_{12} 和 Ψ_{13} 与第 8 章中的(8.9)式相同。

将(10.10)式代入方程(10.9)式,可得 Ψ_2 满足的方程为

$$\mathrm{L}(\Psi_2) + \frac{\partial}{\partial T}(\nabla^2\Psi_0 - F\Psi_0) + 2(\bar{u} - Cg)\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial x\partial\xi^2} + \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)\frac{\partial^2\Psi_0}{\partial\xi^2} + \mathrm{J}(\Psi_0, \nabla^2\Psi_1) +$$

$$\mathrm{J}(\Psi_1, \nabla^2\Psi_0 + h') + \mathrm{J}\left(\Psi_0, 2\frac{\partial^2\Psi_1}{\partial x\partial\xi}\right) + \frac{\partial\Psi_0}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\Psi_1 - \frac{\partial\Psi_0}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\xi}\nabla^2\Psi_1 -$$

$$\mathrm{i}f'^2_0\rho kk_n^2 m\exp[-\mathrm{i}(\omega_2 - \omega_1)t]\sin(my) + r_0\nabla^2\Psi_0 + O(\varepsilon) = 0 \tag{10.11}$$

在方程(10.11)式中,如果取参数 $Ly = 5$,$F = 1$ 和 $\varphi_0 = 55°\mathrm{N}$,那么当 $\bar{u} = 0.7 \sim 0.9$ 时,有 $\omega = 0.0005 \sim 0.072$ 。在这种情况下,我们所研究的 Rossby 波是一个近共振波。这种近共振被称为 LG 型 dipole 近共振(Legras 和 Ghil,1985; Jin 和 Ghil,1990)。由于这里所研究的孤立子具有偶极子的经向结构,因此 CDV 型 monopole 近共振并不产生。在另一方面,由于 $\omega_2 - \omega_1$ 很小,因此 $\omega_2 - \omega_1 - \omega$ 可以近似地写为 $\omega_2 - \omega_1 - \omega = \varepsilon^2\Delta\Omega$。类似地,可以将 ω 写为 $\omega = \varepsilon^2\Omega_0$。由此,在 $\omega \neq 0$ 的情况下,我们可以获得一个强迫耗散的非线性 Schrödinger 方程为

$$\mathrm{i}\frac{\partial A}{\partial T} + \lambda\frac{\partial^2 A}{\partial\xi^2} + \delta|A|^2 A + Sh'^2_0 A + Rh'^2_0[A + A^*\exp(2\mathrm{i}\Omega_0 T)] +$$

$$G_0\exp(-\mathrm{i}\Delta\Omega T) + \mathrm{i}\gamma_0 A = 0 \tag{10.12}$$

其中 $G_0 = \sqrt{\frac{Ly}{2}}\frac{\nu_0}{k^2 + m^2 + F}$,$\nu_0 = -kk_n^2 m\rho f'^2_0$,$\gamma_0 = \frac{k^2 + m^2}{k^2 + m^2 + F}r_0$,其他系数与第八章中(8.14)式的完全相同。

方程(10.12)式就是一个新的强迫耗散的非线性 Schrödinger (NLS)方程。在这个方程中,当天气尺度波消失时,它便变为第八章中的方程(8.16)式。利用第八章中同样的方法,扰动的散射反演方法可以用来求方程(10.12)式的孤立子解。如果取参数 $F = 1$,$Ly = 5$,$\varphi_0 = 55°\mathrm{N}$ 和 $\bar{u} = 0.7 \sim 0.9$,那么有 $\lambda > 0$,$\delta > 0$。在这种情况下,可作变换 $A = B/\sqrt{\delta}$ 和 $\zeta = \xi/\sqrt{2\lambda}$,于是方程(10.12)式可以改写为

$$\mathrm{i}\frac{\partial B}{\partial T} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 B}{\partial\zeta^2} + |B|^2 B = \mathrm{i}P(B, B^*) = \mathrm{i}\{\mathrm{i}[(S + R)h'^2_0 B + Rh'^2_0 B^*\exp(\mathrm{i}2\Omega_0 T) +$$

$$G_0\sqrt{\delta}\exp(-\mathrm{i}\Delta\Omega T)] + \gamma_0 B\} \tag{10.13}$$

当天气尺度波消失时,方程(10.13)式就变为 Miles (1984)所获得的参数激发的 NLS 方程。Chen 和 Wei(1994)指出即使 $P(B, B^*)$ 不是一个小量,扰动的散射反演方法也可以用来求解强迫耗散的 NLS 方程。这里仍用扰动的散射反演方法来求解方程(10.13)式。

将(10.5)和(10.8)式代入方程(10.4)式可得 Ψ'_2 的表达式为

$$\Psi'_2 = -\mathrm{i}\frac{m}{4}Q_1\sqrt{\frac{2}{Ly}}Af'_0\exp\{\mathrm{i}[(k_1 + k)x - (\omega_1 + \omega)t]\}\left[p_1\sin\left(\frac{3m}{2}y\right) + r_1\sin\left(\frac{m}{2}y\right)\right] +$$

$$\mathrm{i}\frac{m}{4}Q_2\rho\sqrt{\frac{2}{Ly}}Af'_0\exp\{\mathrm{i}[(k_2 + k)x - (\omega_2 + \omega)t]\}\left[p_2\sin\left(\frac{3m}{2}y\right) + r_2\sin\left(\frac{m}{2}y\right)\right] +$$

$$\mathrm{i}\frac{m}{4}Q_1\sqrt{\frac{2}{Ly}}A^* f'_0\exp\{\mathrm{i}[(k_1 - k)x - (\omega_1 - \omega)t]\}\left[s_1\sin\left(\frac{3m}{2}y\right) + h_1\sin\left(\frac{m}{2}y\right)\right] -$$

$$\mathrm{i}\frac{m}{4}Q_2\rho\sqrt{\frac{2}{Ly}}A^* f'_0\exp\{\mathrm{i}[(k_2 - k)x - (\omega_2 - \omega)t]\}\left[s_2\sin\left(\frac{3m}{2}y\right) + h_2\sin\left(\frac{m}{2}y\right)\right] -$$

$$\mathrm{i}\,\frac{m}{4}f'_0h'_0\pi_1\exp\{\mathrm{i}[(k_1+k)x-\omega_1t]\}\sin(my)+$$
$$\mathrm{i}\,\frac{m}{4}f'_0h'_0\pi_2\rho\exp\{\mathrm{i}[(k_2+k)x-\omega_2t]\}\sin(my)-$$
$$\mathrm{i}\,\frac{m}{4}f'_0h'_0\sigma_1\exp\{\mathrm{i}[(k_1-k)x-\omega_1t]\}\sin(my)+$$
$$\mathrm{i}\,\frac{m}{4}f'_0h'_0\rho\sigma_2\exp\{\mathrm{i}[(k_2-k)x-\omega_2t]\}\sin(my)+cc \tag{10.14}$$

其中

$$\pi_1=\frac{(k_1-k)[(k_1^2-k^2)h_A+1]}{\beta(k_1+k)-[\overline{u}(k_1+k)-\omega_1][(k_1+k)^2+m^2+F]},$$
$$\pi_2=\frac{(k_2-k)[(k_2^2-k^2)h_A+1]}{\beta(k_2+k)-[\overline{u}(k_2+k)-\omega_2][(k_2+k)^2+m^2+F]},$$
$$\sigma_1=\frac{(k_1+k)[(k_1^2-k^2)h_A+1]}{\beta(k_1-k)-[\overline{u}(k_1-k)-\omega_1][(k_1-k)^2+m^2+F]},$$
$$\sigma_2=\frac{(k_2+k)[(k_2^2-k^2)h_A+1]}{\beta(k_2-k)-[\overline{u}(k_2-k)-\omega_2][(k_2-k)^2+m^2+F]},$$

而其他系数与第 5 章中(5.9)式的系数相同。

在(10.14)式中,当考虑双波地形作用后($h'_0\neq0$),由于π_1,π_2,σ_1和σ_2包含h_A这一项,因此包络 Rossby 孤立子(阻塞)对天气尺度波的反馈作用也强烈地依赖于背景西风和地形的分布。这说明双波地形对天气尺度波的存在有影响。

10.3 在双波地形上包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用时的倍周期分岔和混沌现象

正如 Nozaki 和 Bekki(1984)以及 Hasegawa 和 Kodama(1995)所指出的那样,由散射反演方法所获得的强迫 NLS 方程的分析解与数值解基本上是一致的。在前几章中,我们的数值结果也说明了这一点。类似于 Chen 和 Wei(1994)的方法,设方程(10.13)式的包络孤立子解为

$$B=2\eta(T)\mathrm{sech}[2\eta(T)Z]\exp[-\mathrm{i}\theta(T)] \tag{10.15}$$

其中$\eta(T)$是包络孤立子的振幅,而$\theta(T)$是它的位相。

将(10.15)式代入方程(10.13)式,若定义$M(t)=2\varepsilon\eta(\varepsilon^2t)\sqrt{2/\delta}$和$P(t)=\theta(\varepsilon^2t)$,则可得$M(t)$和$P(t)$的方程为

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}=-2[r_e+\gamma\sin(2P)]M+\frac{\pi\nu}{k^2+m^2+F}\sqrt{\frac{L_y}{2}}\sin[(\omega_2-\omega_1)t-P] \tag{10.16}$$

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t}=-\alpha-\gamma\cos(2P)-\frac{\delta}{2}M^2 \tag{10.17}$$

其中$\alpha=-\omega+(S+R)h_0^2,\gamma=Rh_0^2,r_e=\varepsilon^2r_0=\dfrac{k^2+m^2}{k^2+m^2+F}r,\nu=\varepsilon^3\nu_0=-kk_n^2m\rho f_0^2,f_0=\varepsilon^{\frac{3}{2}}f'_0$和$h_0=\varepsilon h'_0$。

当$f_0=0$时,方程(10.16)和(10.17)式的稳定性可以按照 Chen 和 Wei (1994)的方法进行分析。然而当$f_0\neq0$时,要对方程(10.16)和(10.17)式进行稳定性分析是非常困难的。当$f_0=0$和$r=0.0$时,方程(10.16)和(10.17)式存在一个周期解,而当$f_0\neq0$和$r\neq0$时,扰动将破坏方程(10.16)和(10.17)式的极限环解从而分岔出新的解。正如 Guckenheimer 和 Holmes

(1983)所指出的那样,当强迫和耗散看成是小扰动并且方程是可积的时,Melnikov 方法可以用来计算方程(10.16)和(10.17)式的分岔解。然而由于无强迫耗散时方程(10.16)和(10.17)式并不是可积的,因此在这种情况下,Melnikov 方法不能用来研究(10.16)和(10.17)式的分岔解,但数值方法可以应用。这里使用四阶 Rnug-Kutta 方法来对方程(10.16)和(10.17)式进行数值求解,所取参数为 $F=1, Ly=5, M(0)=0.5, P(0)=0.0, \varphi_0=55°\mathrm{N}, h_0=0.5$ 和 $r=0.0$。这里将天气尺度波所产生的涡动强迫项 ν 考虑成一个控制参数,那么当 $\bar{u}=0.88$ 时,用四阶 Rnug-Kutta 方法可得参数 ν 变化时方程(10.16)和(10.17)式的数值解,如图 10.1 和图 10.2 所示。

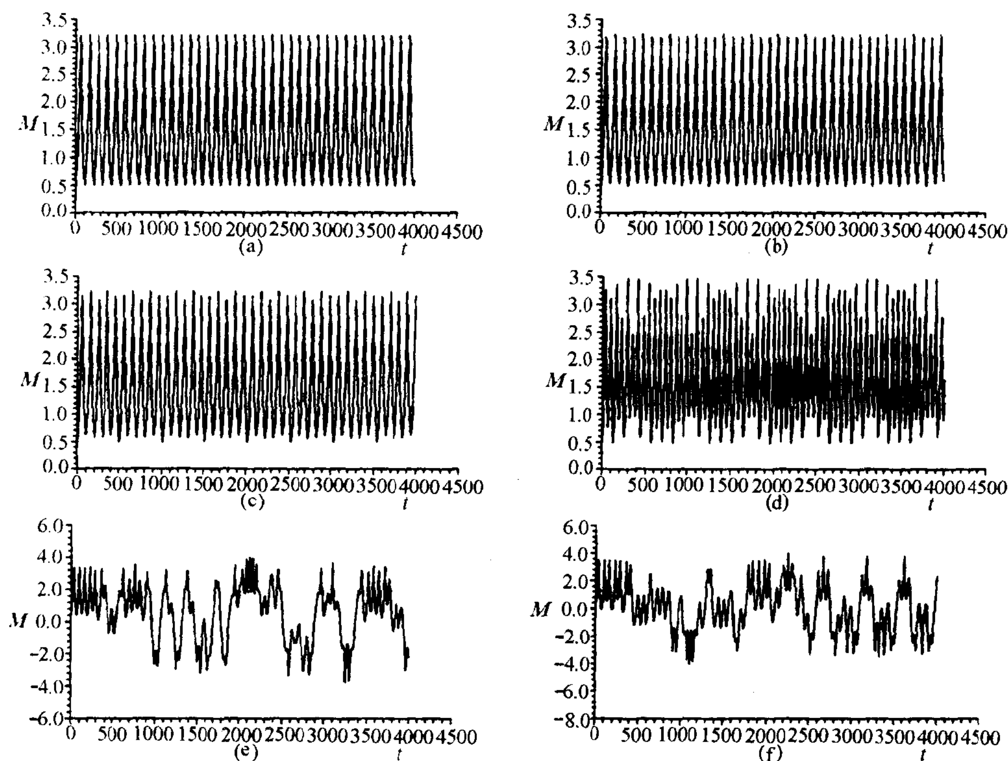


图 10.1　方程(10.16)和(10.17)式中包络 Rossby 孤立子的振幅 M 随参数 ν 的变化,$\bar{u}=0.88$

(a) $\nu=0.0$;(b) $\nu=0.01$;(c) $\nu=0.02$;(d) $\nu=0.20$;(e) $\nu=0.25$;(f) $\nu=0.35$

从图 10.1 中可以看出,在双波地形上当包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用时,包络 Rossby 孤立子振幅的变化强烈地依赖于天气尺度波所产生的涡动强迫的大小。当不考虑天气尺度波的强迫作用时($\nu=0.0$),地形强迫包络 Rossby 孤立子的振幅呈周期振荡,它的有量纲量的周期为 22 天,而这时图 10.2a 中的相轨线 $(M,\dot{M})$ 是一个极限环。当考虑天气尺度波的强迫作用时,图 10.2a 中的极限环将被破坏而产生新的极限环。例如,当 $\nu=0.01$ 时,图 10.2b 中的极限环是一个双周期的极限环,而这时的包络 Rossby 孤立子具有两个周期的振荡。当天气尺度波的强迫进一步增加时,包络 Rossby 孤立子的振幅将分岔出多周期。例如,当 $\nu=0.02$ 时,包络 Rossby 孤立子振幅的振荡具有三个周期,而它的相轨线 $(M,\dot{M})$ 是由三个极限环组成(图 10.2c)。然而当 $\nu=0.20$ 时,通过天气尺度波的强迫,包络 Rossby 孤立子振幅可以产生六个周期的振荡,而这时的相轨线 $(M,\dot{M})$ 是由六个极限环组成(图 10.2d)。随着天

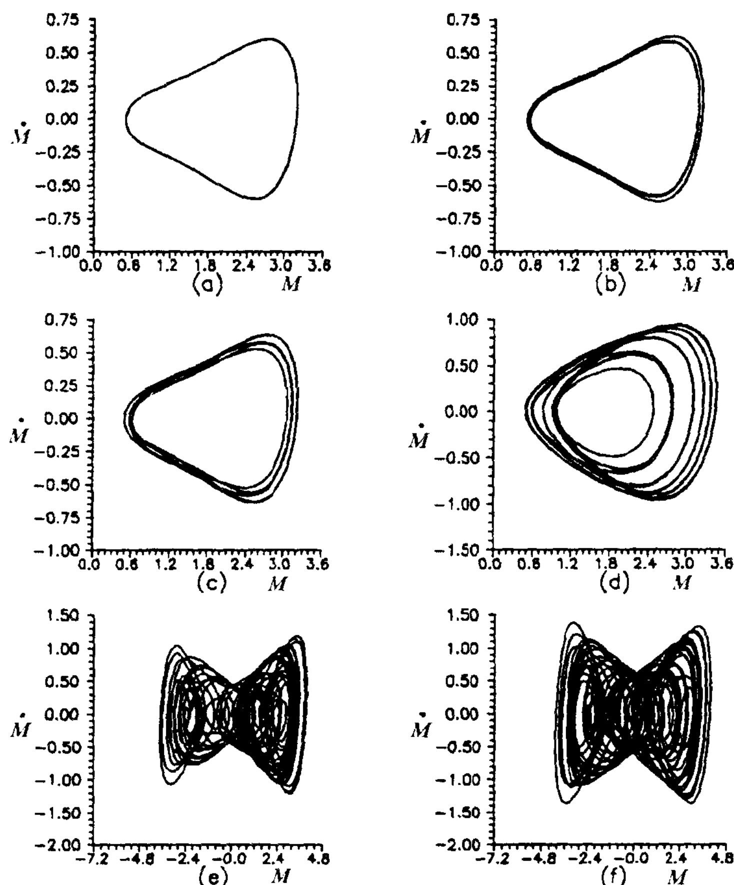


图 10.2 在(M,$\dot{M}$)平面上包络 Rossby 孤立子的相轨线随参数 ν 的变化，$\bar{u}$ = 0.88：
(a) ν = 0.0；(b) ν = 0.01；(c) ν = 0.02；(d) ν = 0.20；(e) ν = 0.25；(f) ν = 0.35

气尺度波强迫的进一步增加，包络 Rossby 孤立子的振幅将产生进一步的分岔并导致混沌解。例如，当 ν = 0.25 和 ν = 0.35 时，包络 Rossby 孤立子的振幅具有混沌行为，而它的相轨线(M,$\dot{M}$)更像一个奇怪吸引子。通过计算其 Liapunov 指数可以证明包络 Rossby 孤立子的混沌行为。然而，当天气尺度波所产生的涡动强迫 ν 的值超过 0.36 时，包络 Rossby 孤立子的混沌行为消失，而出现周期振荡。然而伴随着天气尺度波强迫的进一步增加，包络 Rossby 孤立子又会产生倍周期分岔从而又可以出现混沌行为。因此在双波地形上，随着天气尺度波强迫的增强，包络 Rossby 孤立子的振幅通过倍周期分岔可以产生非周期振荡，而它的位相也有类似的行为。这些结果也许可以解释大气中所观测到的局地阻塞的随机行为。Legras 和 Ghil(1985)指出局地阻塞的变化具有混沌行为，这个结论似乎与这里所得到的结果是一致的。在他们的数值研究中也考虑了地形和涡动强迫的共同作用。在这里的包络 Rossby 孤立子模式中，通过考虑天气尺度波和双波地形的共同强迫，可以发现包络 Rossby 孤立子的振幅也可以产生混沌现象。如果把包络 Rossby 孤立子看成是局地阻塞的话，不难推测局地阻塞具有混沌行为。由此我们认为实际观测到的阻塞形势的混沌行为是由大尺度地形和天气尺度波共同作用所产生的。当然其他因子的作用也不能不考虑。

10.4 在双波地形上包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用时的流场结构

利用(10.8),(10.10),(10.14)和(10.15)式,可得在双波地形上包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用时的大气流函数解为

$$\Psi_T = -\bar{u}y + \Psi + \Psi' =$$

$$-\bar{u}y + \sqrt{\frac{Ly}{2}}M(t)\mathrm{sech}\left[\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}M(t)(x - Cgt)\right]\exp\{i[kx - P(t)]\}\sin(my) +$$

$$h_A h_0 \exp(ikx)\sin\left(\frac{m}{2}y\right) + f_0\{\exp[i(k_1 x - \omega_1 t)] -$$

$$\rho\exp[i(k_2 x - \omega_2 t)]\}\sin\left(\frac{m}{2}y\right) + \varepsilon^2\Psi_1 + \varepsilon^{\frac{5}{2}}\Psi'_2 + cc \tag{10.18}$$

其中 Ψ_1 是第二阶小量,其表达式见第 8 章的(8.9)式。

取参数 $M(0) = 0.5, P(0) = 0.0, F = 1, Ly = 5, \bar{u} = 0.75, f_0 = 0.1$ 和 $\rho = 1.0$,这时在 55°N 地区天气尺度波的流场 Ψ' 和在双波地形上包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用时的大气流场 Ψ_T 分别如图 10.3 和图 10.4 所示。

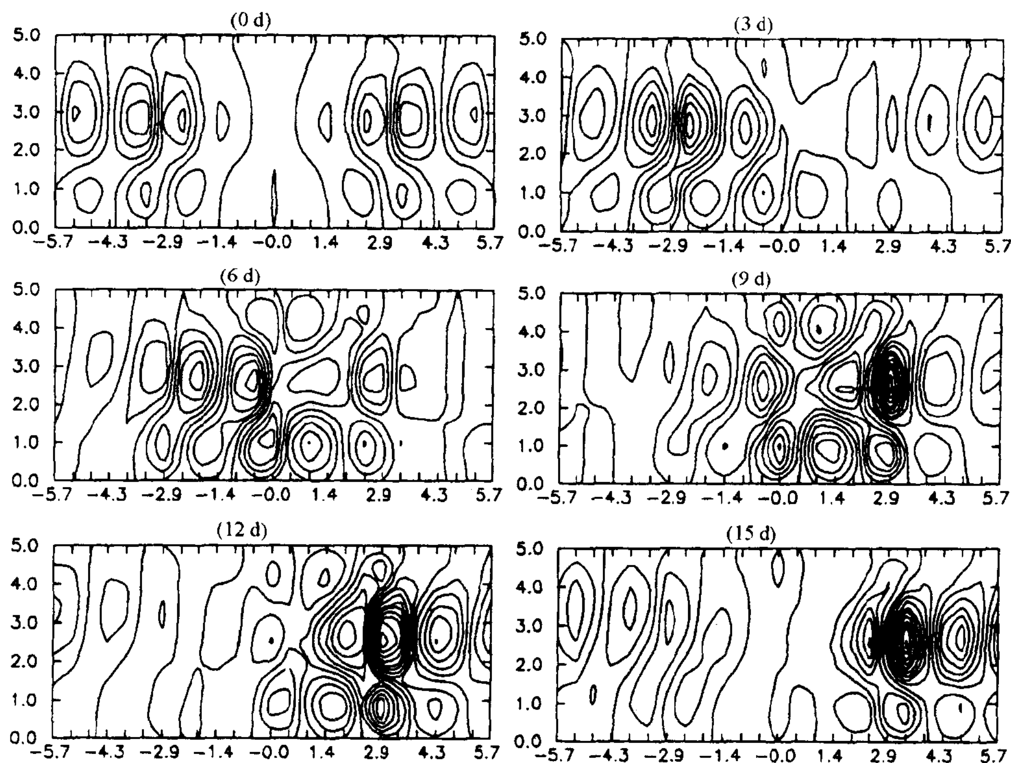


图 10.3 包含双波地形强迫和包络 Rossby 孤立子的反馈时天气尺度波的流场 Ψ',所取的参数为 $M(0) = 0.5, P(0) = 0.0, F = 1, Ly = 5, \bar{u} = 0.75, f_0 = 0.1$ 和 $\rho = 1.0$,等值线间距为 0.2

从图 10.3 中可以看出在初始时刻,在 $x = 0.0$ 处的上下游都存在明显的天气尺度波。由

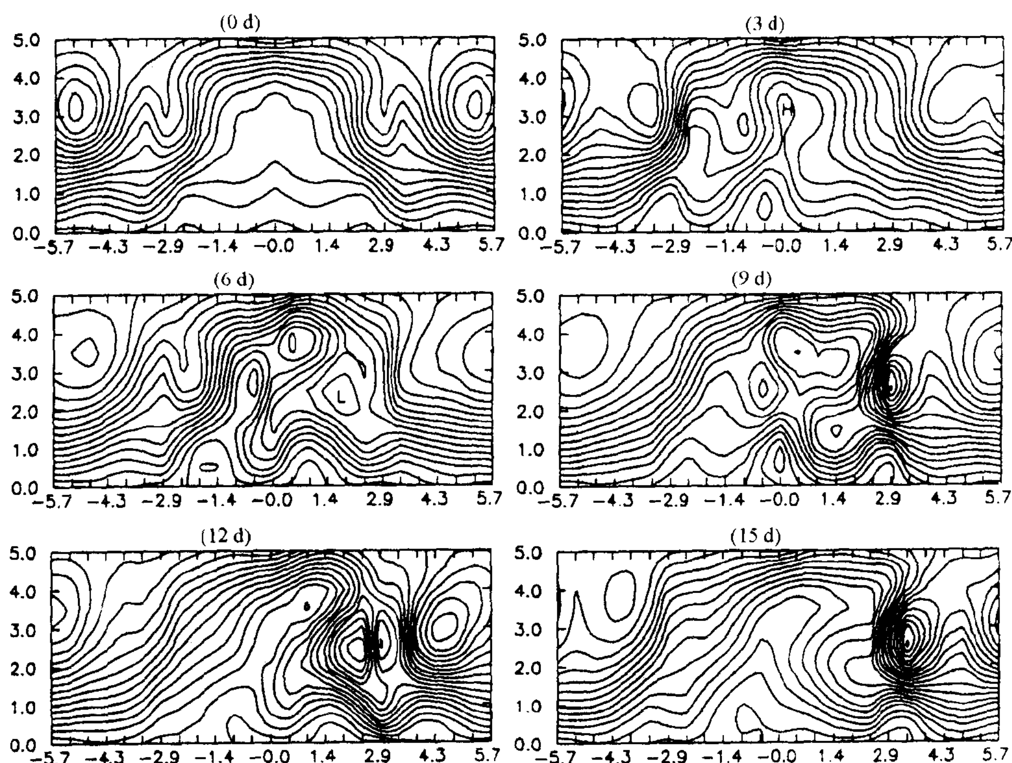


图 10.4 在双波地形上包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用时的大气流场 Ψ_T，所取的参数为 $M(0)=0.5$，$P(0)=0.0$，$F=1$，$Ly=5$，$\bar{u}=0.75$，$f_0=0.1$ 和 $\rho=1.0$，等值线间距为 0.3

于包络 Rossby 孤立子的振幅较小，因此天气尺度波的分裂不明显。然而由于地形的存在，在这些天气尺度波主波列的南侧仍可以观测到一些弱的天气尺度波，这使得天气尺度波在南北方向上不对称。如果不考虑地形的强迫，天气尺度波在南北方向上是对称的。很明显，地形对天气尺度波的分布有影响。随着包络 Rossby 孤立子振幅的增大，天气尺度波的振幅将逐渐增加并西移，而且它逐渐分裂成两支。在第 6 天至第 9 天期间，天气尺度波的分裂更明显。当包络 Rossby 孤立子的振幅减小时，天气尺度波的分裂逐渐减弱。在整个过程中，随着图 10.4 中阻塞形势的西移，天气尺度波也西移。另外，从图 10.4 中可以看出在初始时刻，在 $x=0.0$ 处盛行的是纬向流（Vautard 等，1988a，b），通过双波地形和天气尺度波的共同强迫，这个纬向流要加强并发展成一个很强的阻塞形势，见第 3，6，9 和 12 天的流场结构。不难发现在阻塞形成的过程中，阻塞形势大约持续 12 天左右，并且阻塞区域存在多涡结构。而这时的阻塞形势也类似于 Berggren 型阻塞。不过这时的阻塞形势与实际观测到的阻塞形势更相像。在实际大气中，弱背景西风和天气尺度波都存在于两大洋上（Frederiksen，1982），因此这两大洋上的阻塞形势的形成除了与背景西风有关外（Egger，1978），还与双波地形和天气尺度波的强迫有关。在一个数值试验中，Kalnay-Rivas 和 Merikine（1981）发现通过涡源和孤立地形的强迫，在地形的下游可以产生 Ω 型阻高。由于他们考虑的地形是孤立地形，而涡源又是点涡源，因此他们并没有发现 Berggren 型阻塞的形成。另一方面，正如前几章所指出的那样，通过天气尺度波或双波地形的近共振强迫，在中高纬度地区可以产生阻塞形势，而这种阻塞形势的非周期变化不明显。然而，当考虑双波地形和天气尺度波的共同强迫时，随着天气尺度波强迫的增强，阻塞的强

度(或包络 Rossby 孤立子的振幅)可以产生明显的混沌行为。因此我们认为,大气中阻塞的随机行为可以用强迫包络 Rossby 孤立子的混沌行为来解释。

10.5 小结

本章讨论了在双波地形上包络 Rossby 孤立子与天气尺度波之间的相互作用,主要得到如下几点结论:

(1)在双波地形上在 LG 型 dipole 近共振条件下包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用时,包络 Rossby 孤立子的振幅满足一个新的非线性 Schrödinger 方程。

(2)在双波地形和天气尺度波的共同作用下,随着天气尺度波强迫的增强,包络 Rossby 孤立子的振幅通过倍周期分岔可以产生混沌现象,这种非周期行为似乎可以解释北半球中高纬度地区阻塞分布的随机性。

(3)在双波地形和天气尺度波的共同作用下所得到的阻塞形势仍为 Berggren 型阻塞,而在阻塞区域则存在多涡结构。同时天气尺度波也要发生分裂,而且这种分裂是不对称的。

11 总结和展望

在这一章中，我们将对本书所讨论的包络 Rossby 孤立子的动力学问题进行总结，并归纳出几个主要结果，然后对今后所要进行的研究提出一些建议和展望。

11.1 主要结果

通过对本书进行总结，可以得到如下几点主要结果：

(1)强非线性的 modons 解必须要求位涡和流函数满足线性关系，而这种线性关系在阻塞区严格说来并不满足，因此把 modons 解看成是偶极子阻塞的形成机制是值得怀疑的。对于 KdV 型孤立子，其解的获得必要求长波近似。而在大气中阻塞(特别是偶极子阻塞)通常具有很大的经向尺度，并且经常与纬向尺度同量级。很显然，长波近似并不满足。这说明用 KdV 型孤立子来解释大气中的偶极子阻塞也是不合理的。然而，对于 NLS 型包络 Rossby 孤立子来说，modons 解和 KdV 型孤立子所存在的缺点它都能克服。另外从本书所得到的结果来看，NLS 型包络 Rossby 孤立子比 modons 解和 KdV 型孤立子在解释局地阻塞方面要好得多。因此我们可以认为，开展 NLS 型包络 Rossby 孤立子的动力学研究才可能是解决阻塞问题的关键。

(2)包络 Rossby 孤立子具有南低北高的偶极子阻塞结构。由于包络 Rossby 孤立子的频散性，这种偶极子结构只能维持 10 天以下。可是在高纬度地区，由于非线性较强，在 NLS 方程中当考虑了高阶项后，包络 Rossby 孤立子的偶极子结构的持续时间可以变长，并能达到 10 天左右。尽管如此，这种无强迫的 NLS 型包络 Rossby 孤立子仍不能很好地解释偶极子阻塞 10～20 天的持续时间。包络 Rossby 孤立子的频散过程看起来是缺点，其实不然，它实际上正好反映了大气阻塞系统本质上是频散的。以前的 modons 和 KdV 型孤立子理论之所以会获得非频散解，是因为这些理论采用了不正确的假设。正如许多学者的数值试验所指出的那样，当不考虑外强迫(天气尺度波和大尺度地形等)时，在中高纬度地区很难观测到阻塞的形成。这从另一个侧面反映了仅靠非线性的作用很难在大气中形成阻塞。阻塞的形成和维持应是外强迫和非线性共同作用的结果。另外，包络 Rossby 孤立子的偶极子结构要拥有较长的持续时间，必须要求基本流的垂直切变较弱。这可解释为什么阻塞通常是相当正压的。

(3)本书所建立的包络 Rossby 孤立子与天气尺度波相互作用的理论模式可以很好地描述偶极子阻塞与天气尺度波之间的耦合。在这个模式中，天气尺度波的强迫将导致偶极子结构的波形发生变化。在偶极子强化过程中，偶极子结构的振幅要增大，而波长要变长，群速与相速之差要减小。这时的偶极子阻塞系统从频散变成弱频散甚至非频散。这样的一种过程将导致偶极子阻塞能够形成和维持。当包络 Rossby 孤立子的振幅达到最大值以后，它的振幅又开始减小，由此偶极子阻塞开始减弱。而与此同时，偶极子阻塞的波长变短，群速与相速之差变大。

这个过程将导致偶极子阻塞的崩溃。在整个过程中偶极子阻塞的持续时间为 15 天左右，而大气的流场结构与 Berggren 等(1949)所观测到的阻塞个例非常一致。在偶极子阻塞与天气尺度波相互作用的过程中，天气尺度波不但使偶极子阻塞能够形成和维持，而且自身也要发生变形并分裂成两支。除此之外，阻塞区的多涡结构也比较明显。另外我们还讨论了不稳定天气尺度波对包络 Rossby 孤立子的强迫，发现不稳定天气尺度波更有利于偶极子阻塞的建立，维持和西移。

(4)在两层模式中，当斜压包络 Rossby 孤立子与斜压天气尺度波相互作用时，天气尺度波对阻塞的作用与在正压模式中的作用相同。不同的是斜压包络 Rossby 孤立子和斜压天气尺度波的流场结构变得不一样。在大气的上层阻塞区域内的多涡结构不如下层的明显，而且这时天气尺度波在大气的上层主要分裂成两支，而在下层主要分裂成三支。这些结果在某种程度上能解释上层阻塞比下层阻塞规则。

(5)在背景西风满足 LG 型 dipole 近共振的条件下，通过双波地形的近共振强迫，包络 Rossby 孤立子在地形的槽区可以形成偶极子阻塞和阻高，这些阻塞的形状还取决于近共振西风的强度和纬度。在某一临界纬度以北，双波地形的近共振强迫主要是形成偶极子阻塞，而在这一纬度以南则主要形成阻高。另外还发现双波地形的近共振强迫对阻塞的作用除了使阻塞的振幅增幅外，还能使阻塞形势从频散变成弱频散甚至非频散，从而使阻塞形势能够在大洋上形成和维持。因此缓慢移动的包络 Rossby 孤立子与双波地形的近共振相互作用可能是大洋上局地阻塞产生的机制之一。

(6)在两层斜压模式中，通过双波地形的近共振放大，在大气的上层包络 Rossby 孤立子从一个弱的高压脊逐渐发展成 Ω 型阻高，而当 Ω 型阻高发展到一定程度它便形成南侧低压非常弱，而北侧高压非常强的局地偶极子阻塞环流。在大气的下层包络 Rossby 孤立子从弱的偶极子阻塞环流逐渐发展成较强的偶极子阻塞环流，而且偶极子阻塞的非对称性明显变弱了。另外，在大气的低层在偶极子阻塞的两侧可以观测到闭合的低压环流，这些结果可以解释实际大气中所观测到的偶极子阻塞的水平和垂直结构。

(7)在双波地形和天气尺度波的共同作用下，随着天气尺度波强迫的增加，包络 Rossby 孤立子的振幅通过倍周期分岔可以产生混沌现象，这种非周期行为似乎可以解释北半球中高纬度地区阻塞分布的随机性。

11.2 问题和展望

近十几年，包络孤立子在流体力学，等离体和光纤通讯等方面得到了广泛的应用和发展。目前光纤孤立子已成为光纤通讯一个很重要的研究方向(Hasegawa 和 Kodama，1995)。尽管目前国际上人们主要用 KdV 型 Rossby 孤立子来解释偶极子阻塞的形成，然而由于这个理论本身的缺陷，使得它在解释偶极子阻塞方面并不是很成功。1986 年作者(论文于 1989 年和 1990 年发表)在国内率先开展了包络 Rossby 孤立子的动力学研究，并将包络 Rossby 孤立子与阻塞的形成联系起来，提出了大气阻塞形成的包络 Rossby 孤立子理论。然而到现在为止，这方面的研究在国外几乎是空白。经过几年的努力，作者在这方面取得了重要进展，写成了这本书，尽管在这本书中这方面的研究取得了不少成果，然而仍有不少问题有待于进一步研究。主要有以下几个方面需要加强研究：

(1)大气中实际观测到的阻塞是由天气尺度波，地形和热源等外强迫共同作用的结果，因

此在包络 Rossby 孤立子模式中应考虑多种外强迫的共同作用。本书只论述了一种或两种外强迫作用下包络 Rossby 孤立子的行为和结构，并未讨论在多种外强迫作用下包络 Rossby 孤立子的特征，这方面的问题值得进一步研究。

(2)虽然强迫包络 Rossby 孤立子的结构与大气中阻塞的形状相似，然而实际大气中的阻塞到底是不是包络 Rossby 孤立子？这需要从观测资料方面的诊断来加以证实。因此开展观测事实的研究是必要的。

(3)包络 Rossby 孤立子在外强迫作用下可以产生分岔和混沌等非周期现象，而观测事实发现大气中的阻塞在北半球中高纬度地区分布具有随机行为。这种随机行为是否可以用强迫包络 Rossby 孤立子的非周期现象来加以解释，值得进一步研究。

(4)在这本书中作者提出了描述阻塞形势的许多新的非线性 Schrödinger 方程，虽然本书作了比较多的讨论，然而这些方程的许多性质仍不太清楚。这需要应用数学家和数学物理学家共同来加以研究。

作为一本理论著作，本书没有侧重论述阻塞观测事实的研究，这是本书的不足之处。然而从本书所给出的结果来看，包络 Rossby 孤立子的动力学研究将是未来阻塞非线性动力学研究的主要方向。作者对此深信不疑。

参考文献①

[1] 巢纪平等. 旋转正压大气中的椭圆余弦波. 中国科学, 1980(7): 696～705

[2] 丑纪范, 刘式达, 刘式适. 非线性动力学. 北京: 气象出版社, 1994.

[3] 李崇银. 气侯动力学引论. 北京: 气象出版社, 1995.

[4] 刘辉等. 北半球阻塞高压的维持 I: 准地转和 Ertel 位涡分析. 气象学报, 1995(2): 177～185

[5] 罗德海, 纪立人. 大气阻塞形成的一个理论. 中国科学(B辑), 1989(1): 111～121

[6] 罗德海. 旋转大气中的非线性 Schrödinger 方程和大气阻塞. 气象学报, 1990(3): 265～274

[7] 罗德海, 纪立人. 大气中偶极子阻塞的观测研究. 大气科学, 1991(4): 52～57

[8] 罗德海. 大气中的包络 Rossby 孤立波-纬度效应的作用. 高原气象, 1992(1): 96～101

[9] 罗德海. 大气中大尺度扰动超熵的产生和广义 Lyapunov 稳定性及其应用. 大气科学, 1993(3): 319～327

[10] 罗德海. 大气中近似可积的包络 Rossby 孤立子的动力学行为. 中国青年科学家论坛"《非线性科学的现状与发展》文集, 北京: 科学出版社, 1997. 41～50

[11] 谭本馗, 伍荣生. 非线性 Rossby 波及其相互作用: I. Rossby 包络孤立波的碰撞. 中国科学(B辑), 1993(4): 437～448

[12] 罗哲贤. 阻塞高压形成机制的数值研究. 中国科学(B), 1989: 665～672

[13] 汤懋苍. 亚洲东部的阻塞形势及其对天气气候的影响. 气象学报, 1957: 282～293.

[14] 吴国雄等. 时变涡动输送和阻高形成 1980 年夏中国的持续异常天气. 气象学报, 1994(3): 308～319

[15] 伍荣生. 大气动力学. 北京: 气象出版社, 1990.

[16] 叶笃正等. 北半球冬季阻塞形势的研究. 北京: 科学出版社, 1962.

[17] 曾庆存. 数值天气预报的数学物理基础(第一卷). 北京: 科学出版社, 1979.

[18] 周晓平. 亚洲中纬度区域阻塞形势的统计研究. 气象学报, 1957(28): 75～85

[19] 仇永炎. 中期天气预报. 北京: 科学出版社, 1985.

[20] 朱抱真, 金飞飞, 刘征宇. 大气和海洋的非线性动力学概论. 北京: 海洋出版社, 1991.

[21] Abarbanel H D I, Holm D D, Marsden J E, Ratiu T. Nonlinear stability analysis of stratified fluid equilibria. Phil Trans Roy Soc Lond, 1986, A318: 349～409

[22] Abdullaev F Kh. Dynamical chaos of solitons and nonlinear periodic waves. Phys Rep, 1989, 197: 1～78

[23] Andrews D G. On the existence of nonzonal flows satisfying sufficient conditions for stability. Geophys Astrophys Fluid Dyn, 1984, 28: 243～256

[24] Arnol'd V I. Conditions for nonlinear stability of stability plane curilinear flows of an ideal fluid. Dokl Akad Nauk SSSR, 1965, 162: 975～978

① 注: 文献排列是先中文后英文, 中文以作者名汉语拼音字母为序, 英文以作者名英文字母为序。

[25] Benjamin T B, Feir J E. The disintegration of wavetrains on deep water. Part I: Theory. J Fluid Mech,1967, 27:417～430

[26] Benney D J. Large amplitude Rossby waves. Stud App Math,1979, 60: 1～10

[27] Benjamin T B. The stability of solitary waves. Proc R Soc Lond, 1972,A328:153～183

[28] Benzi R, Hansen A R, Sutera A. On stochastic perturbation of simple blocking models. Quart J R Meteoro Soc,1984, 110:393～409

[29] Berggren R, Bolin B, Rossby C G. An aerological study of zonal motion, its perturbations and break-down. Tellus,1949, 1:14～37

[30] Bona J. On the stability theory of solitary waves. Proc R Soc Lond, 1975,A344:363～374

[31] Boyd D J. Equatorial solitary waves, Part III: Envelope Rossby solitons. J Phys Oceanogr,1983, 10:1699～1216

[32] Butchart N, Haines K, Marshall J C. A theoretical and diagnostic study of solitary waves and atmospheric blocking. J Atmos Sci, 1989,46:2063～2078

[33] Cai M, Mak M. Symbiotic relation between planetary and synoptic-scale waves. J Atmos Sci,1990,47:2953～2968

[34] Charney J G, DeVore J G. Multiple flow equilibria in the atmsohere and blocking. J Atmos Sci,1979, 35:1205～1216

[35] Carnevale G F, Vallis G K, Purini R, Briscolini M. The role of initial conditions in flow stability with an application to modons. Phys Fluids,1980, 31:2567～2572

[36] Carnevale G F, Shepherd T G. On the interpretation of Andrews' theorem. Geophys Astrophys Fluid Dyn,1990, 51:1～17

[37] Chen X N, Wei R J. Dynamic behaviour of a non-propagating soliton under a periodically modulated oscillation. J Fluid Mech,1994,259:291～303

[38] Colucci S J, Loesch A Z, Bosart L F. Spectral evolution of a blocking episode and comparison with wave interac theory. J Atmos Sci,1981,38:2092～2111

[39] Colucci S J. Explosive cyclogenesis and large-scale circulation changes: Implications for atmospheric blocking. J Atmos Sci,1985, 42: 2701～2717

[40] Colucci S J. Comparative diagnosis of blocking versus nonblocking planetary-scale circulation changes during synoptic-scale cyclogenesis. J Atmos Sci. 1987, 44: 124～139

[41] Dysthe K B. Note on a modification to the nonlinear Schrödinger equation for application to deep water waves. Proc R Soc Lond, 1979,A369:105～114

[42] Egger J. Dynamics of blocking high. J Atmos Sci,1978,35:1788～1801

[43] Egger J, Schilling H D. On the theory of the long-term variability of the atmosphere. J Atmos Sci,1983,40:1073～1085

[44] Egger J, Metz W, Mller G. Synoptic-scale eddy forcing of planetary—scale blocking anticyclones. Adv Geophys,1986, 29

[45] Frederiksen J S. A unified three-dimensional instability theory of the onset of blocking and cyclogenesis. J Atmos Sci,1982, 39:969～982

[46] Elliot P D, Smith T. A study of effects of large blocking high on the general circulation of the northern hemispheric westerlies. J Meteor,1949, 6:67～85

[47] Gagnon L, Belanger P A. Adiabatic amplification of optical solitons. Phys Rev,1991, A43:6187～6193

[48] Green J S A. The weather during July 1976: Some dynamical consideration of the drought. Weather, 1977,32:120～126

[49] Guckenheimer J, Holmes P. Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcations of vector fields. Springer-Verlag,1983,459pp

[50] Hansen A, Chen T C. A spectral energetics analysis of atmospheric blocking. Mon Wea Rev, 1982,110:1146～1159

[51] Haines K, Marshall J C. Eddy-forced coherent structures as a prototype of atmospheric blocking. Quart J Roy Meteor Soc,1987, 113:681～704

[52] Hasegawa A, Kodama Y. Solitons in optical communication. Oxford: Clarendon Press, 1995.

[53] Hogan S J. The fourth-order evolution equation for deep-water gravity-capillary waves. Proc R Soc Lond,1985, A402:359～372

[54] Holopainen E, Fortelius C. High-frequency transient eddies and blocking. J Atmos Sci,1987, 44:1632～1645

[55] Hoskins B J, James I N, White G H. The shape, propagation and mean-flow interaction of large-scale weather systems. J Atmos Sci,1983, 40:1595～1612

[56] Illari L. A diagnostic study of the potential vorticity in a warm blocking anticyclone. J Atmos Sci,1984, 41: 3518～3526

[57] Illari L, Marshall J C. On the interpretation of eddy fluxes during a blocking episode. J Atmos Sci,1983,40:2232～2242

[58] Jeffrey A, Kawahara T. Asymptotic methods in nonlinear wave theory. London:Pitman,1982.

[59] Ji L R, Tibaldi L. Numerical simulations of a case of blocking, The effects of orography and land-sea contrast. Mon Wea Rev,1983,111:2068～2086

[60] Jin F F, Ghil M. Intraseasonal oscillation in the extratropic: Hopf bifurcation and topographic instabilities. J Atmos Sci,1990, 47:3007～3022

[61] Kalnay-Rivas E, Merikine L O. A simple mechanism for blocking. J Atmos Sci,1981, 2077～2091

[62] Karpman V I,Maslov E M. Perturbation theory for solitons. ZhEksp Teor Fiz,1977, 73: 537～559

[63] Kaup D J, Newell A C. Solitons as particles, oscillators and in slowly changing media: a singular perturbation theory. Proc R Soc Lond,1978, A361:413～446

[64] Kaup D J. Second-order perturbations of solitons in optical fibres. Phys Rev,1991, A44:4582～4590

[65] Kodama Y, Hasegawa A. Nonlinear pulse propagation in a monomode dielectric guide. IEEE J Quant Elect, 1987,QE-23: 510～524

[66] Laedke E W, Spatschek K H. Nonlinear stability of envelope solitons. Phys Rev Lett, 1978,1798~1801

[67] Laedke E W, Spatschek K H. Liapunov stability of Generalized langmuir solitons. Phys Fluid,1980, 23: 44~50

[68] Laedke E W, Spatsckek K H. On localized solutions in nonlinear Faraday resonance. J Fluid Mech,1984, 223:589~601

[69] Legras B, Ghil M. Persistent anomalies, blocking, and variations in atmospheric predictablity. J Atmos Sci,1985,42: 433~471

[70] Li G Q, Kung R, Pfeffer R. An experimental study of baroclinic flows with and without two-wave bottom topography. J Atmos Sci,1986, 43: 2585~2599

[71] Luo D H. Envelope solitary Rossby waves and modulational instabilities of uniform Rossby wave trains in two space dimensions. Wave Motion,1996, 24:315~325

[72] Luo D H. Parametrically forced envelope Rossby soliton: Soliton-oscillation. Geophys Astrophys Fluid Dyn,1997, 85:1~29

[73] Luo D H. Low-frequency finite-amplitude oscillations in a near resonant topographically forced barotropic fluid. Dyn Atmos Oceans,1997,26:53~72

[74] Luo D H. Near resonant topographically forced envelope Rossby solitons in a barotropic flow. Geophys Astrophys Fluid Dyn(in press),1999

[75] Malanotte-Rizzoli P, Malguzzi P. Coherent structures in a baroclinic atmosphere, Part III: Block formation and eddy forcing. J Atmos Sci,1987, 44: 2493~2505

[76] Malguzzi P, Malanotte—Rizzoli P. Nonlinear stationary Rossby waves on nonuniform zonal winds and atmospheric blocking, Part I: The analytical theory. J Atmos Sci, 1984, 41:2620~2628

[77] Malguzzi P. An analytical study on the feedback between large- and small-scale eddies. J Atmos Sci,1993,50: 1429~1436

[78] McIntyre M E, Shpherd T G. An exact local conservation theorem for finite-amplitude disturbances to non-parallel shear flows. with remarks on Hamiltonian Structure and on Arnol'd stability theorems. J Fluid Mech,1987, 181:527~565

[79] Mcwilliams J. An application of equivalent modons to atmospheric blocking. Dyn Atmos Oceans,1980, 5:219~238

[80] Mesentsev V K, Turitsyn S K. Stability of vector solitons in optical fibers. Opt Lett, 1992, 1497~1499

[81] Metz W. Transient cyclone-scale vorticity forcing of blocking highs. J Atmos Sci, 1986, 43: 1467~1483

[82] Miles J W. Parametrically excited solitary waves. J Fluid Mech,1984,148:451~460

[83] Mullen S L. Transient eddy forcing of blocking flows. J Atmos Sci,1987, 44: 3~22

[84] Nozaki K,Bekki N. Solitons as attractors of a forced dissipative nonlinear Schrödinger equation. Phys Lett,1984, 102A: 383~386

[85] Okamawari T, Hasegawa A, Kodama Y. Analysis of soliton interactions by means of a perturbed inverse-scattering transform. Phys Rev ,1995,A51: 3203~3220

[86] Pedlosky J. Geophysical Fluid Dynamics. Springer-Verlag, 1979.

[87] Peixoto J P, Salztman B, Teweles S. Harmonic analysis of the topography along parallels of the Earth. J Geophys Res, 1964, 69: 1501～1505

[88] Pierrehumbert R T, Malguzzi P. Forced coherent structures and local equilibria in a barotropic atmosphere. J Atmos Sci, 1984, 41: 246～257

[89] Plumb R A. The stability of small amplitude Rossby waves in a channel. J Fluid Mech, 1977, 80: 705～720

[90] Qin J C, Robinson W A. Barotropic dynamics of interactions between synoptic and low eddies. J Atmos Sci, 1992, 49: 71～79

[91] Reinhold B B, Pierrehumbert R T. Dynamics of weather regimes: quasi－stationary waves and blocking. Mon Wea Rev, 1982, 110: 1105～1145

[92] Rex D F. Blocking action in the middle troposphere and its effect upon regional climate I: An aerological study of blocking action. Tellus, 1950, 2: 196～301

[93] Rex D F. Blocking action in the middle troposphere and its effect upon regional climate II: The climatology of blocking action. Tellus, 1950, 2: 275～301

[94] Robertson A W, Metz W. Transient-eddy feedback derived from linear theory and observations. J Atmos Sci, 1990, 47: 2743～2764

[95] Shepherd T G. Symmetries, conservation laws, and Hamiltonian structure in geophysical fluid dynamics. Advances in Geophysics, 1990, 32: 287～338

[96] Shutts G J. The propagation of eddies in diffluent jetstreams: Eddy vorticity forcing of "blocking" flow fields. Quart J Roy Meteoro Soc, 1983, 109: 737～761

[97] Summer E J. Blocking anticyclones in the Atlantic-European sector of the northern hemisphere. Meteor Mag, 1959, 88: 300～311

[98] Sutera A. Probability density distribution of large-scale atmospheric flow. Adv Geophys, 1986, 29: 227～249

[99] Swaters G E. Barotropic modon propagation over slowly varying topography. Geophys Astrophys Fluid Dyn, 1986, 36: 85～113

[100] Taha T R, Ablowitz M J. Analytical and numerical aspects of certain nonlinear evolution equations II: Numerical nonlinear Schrödinger equation. J Comput Phys, 1984, 55: 203～230

[101] Treidl R A, Birch E C, Sajecki P. Blocking action in the northern hemisphere: A climatological study. Atmos Ocean, 1981, 19: 1～23

[102] Tung K K, Lindzen A S. A theory of stationary long waves, Part I: A simple theory of blocking. Mon Wea Rev, 1979, 107: 714～734

[103] Vautard R, Legras B, Deque M. On the source of midlatitude low-frequency variability. Part I: A statistical approach to persistence. J Atmos Sci, 1988, 45: 2811～2843

[104] Vautard R, Legras B. On the source of midlatitude low-frequency variability. Part II: Nonlinear equilibration of weather regimes. J Atmos Sci, 1988, 45: 2845～2867

[105] Wu J, Keolian R, Rudnick I. Observation of a non-propagating hydrodyamic soliton. Phys Rev Lett, 1984, 52: 1421～1424

[106]Yamagata T. The stability,modulation and long wave resonance of a planetary wave in a rotating, two-layer fluid on a channel beta-plane. Japan: J Meteoro Soc,1980, 58: 160～171

[107]Yeh T C. On energy dispersion in the atmosphere. J Meteoro,1949,6:1～16

[General Information]
书名=大气中大尺度包络孤立子理论与阻塞环流
作者=罗德海
页数=113
SS号=10123177
DX号=
出版日期=1999年03月第1版
出版社=气象出版社